

Mathematik für Informatiker 2 Übungsblatt 14

Abgabefrist: keine Abgabe, **Block:** -

Aufgabe 14.1 *Stetigkeit im \mathbb{R}^2* (0 Punkte)

Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Stetigkeit im jeweiligen Definitionsbereich:

$$1. f(x, y) = \begin{cases} \sin(x) \cdot \sin(\frac{1}{y}) & \text{falls } (x, y)^T \neq (0, 0)^T \\ 0 & \text{falls } (x, y)^T = (0, 0)^T \end{cases}$$

$$2. f(x, y) = \begin{cases} \cos(x) \cdot \sin(\frac{1}{y}) & \text{falls } (x, y)^T \neq (0, 0)^T \\ 0 & \text{falls } (x, y)^T = (0, 0)^T \end{cases}$$

$$3. f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & \text{falls } (x, y)^T \neq (0, 0)^T \\ 0 & \text{falls } (x, y)^T = (0, 0)^T \end{cases}$$

$$4. f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - x \cdot y^2}{x^2 + y^2} & \text{falls } (x, y)^T \neq (0, 0)^T \\ 0 & \text{falls } (x, y)^T = (0, 0)^T \end{cases}$$

Aufgabe 14.2 *Differenzierbarkeit im \mathbb{R}^2* (0 Punkte)

Berechnen Sie alle lokalen Extrema folgender Funktionen, falls vorhanden:

$$1. f(x, y) = x^3 - xe^y$$

$$2. f(x, y) = 3x^3 - 36x + xy^2$$

Aufgabe 14.3 *Kombinatorik* (0 Punkte)

Bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben.

1. Schubfachprinzip:

Ein Übungsblatt mit neun Aufgaben wird an sieben Studenten verteilt. Jeder Student muss mindestens vier Aufgaben des Blattes bearbeiten. Zeigen Sie, dass es mindestens eine Aufgabe gibt, die von mindestens vier Studenten bearbeitet werden muss.

2. Doppeltes Abzählen:

Auf einer Karte sind Orte O dargestellt, von welchen einige durch Straßen S verbunden sind, d.h. eine Straße $s \in S$ verbindet zwei Orte $o, o' \in O$ mit $o \neq o'$. Die Funktion $a : O \rightarrow \mathbb{N}$ beschreibt die Anzahl der Straßen, die Start- bzw. Endpunkt eines Ortes sind, d.h. in Ort $o \in O$ starten bzw. enden $a(o)$ Straßen. Bestimmen Sie die Anzahl aller Straßen der Karte abhängig von a .

Aufgabe 14.4 *Inklusion/Exklusion* (0 Punkte)

Bestimmen Sie mit Hilfe des Prinzips der Inklusion/Exklusion die Anzahl der natürlichen Zahlen $n \leq 1000$ an, die nicht durch 2, 3 oder 5 teilbar sind.