

Modellgestützte Analyse und Optimierung

Peter Buchholz
Informatik IV

Praktische Informatik – Modellierung und Simulation

Koordinaten:

- Tel: 755 4746
- Email: peter.buchholz@cs.tu-dortmund.de
- OH 16 R 216 Sprechstunde n.V. Anmeldung per E-Mail
- URL: <http://ls4-www.cs.tu-dortmund.de>

Einordnung und Historie

- Wahlpflichtveranstaltung aus Katalog A für Studierende der Informatik & Angewandten Informatik (Bachelor)
- Vorlesung für Studierende der Datenwissenschaften (Master)
- Wahlveranstaltung in anderen Studiengängen
- Vorlesung aus dem Bereich der praktischen/angewandten Informatik
- Vorlesung mit Elementen aus den Gebieten:
 - Modellierung und diskrete Simulation
 - Optimierung

Allgemein gesehen Teil des Operations Research

Fachprüfungen

Mündlich

1-2 Prüfungstage pro Monat, Termine werden ca. 2 Monate im Voraus vergeben (bisher keine Engpässe)

Erste Termine SS23 im August

Terminvergabe im Sekretariat LS IV
(per Email office@ls4.cs.tu-dortmund.de)

Hinweis: Übungen sind wichtige Ergänzungen der Vorlesung

- nehmen Sie an den Übungen teil
- arbeiten Sie dort aktiv mit (z.T. praktische Übungen!)

Ziel der Vorlesung

Einsatz mathematischer Methoden zur Erklärung, Bewertung und Verbesserung von geplanten oder existierenden Systemen !

Was sind Systeme?

Definition später, hier nur einige Beispiele:

- Technische Anlagen jeder Art
(Computer, Software, Kommunikationsnetze, Fertigungsstraßen, Verkehrssysteme, ..)
- Soziale Strukturen
(Arbeitsabläufe, Interaktionen in Gruppen, ..)
- Physikalische Prozesse
(Klima, Wetter, Ozeanströmungen, ..)
- Biologische Prozesse
(Ausbreitung von Infektionen, Populationsprozesse, ...)

Verwandte Methoden

- Abbildung der Realität auf ein mathematisches Modell (Modellierung)
- Analyse des erstellten Modells
 - Analytische Berechnung
 - Numerische Berechnung
 - Simulatives Vorgehen
- Bewertung der erzielten Resultate und Ableitung von Modifikationen zur Verbesserung des Verhaltens (Experimentieren, Optimieren)

Einordnung der Vorlesung

Informatikmethoden:

- Modellbildung
- Programmierung
- Algorithmik

Methoden anderer Disziplinen:

- Mathematik
(numerische/diskrete)
- Statistik

Modellgestützte Analyse
und Optimierung

Anwendungswissenschaften:

- Ingenieurwissenschaften
- Naturwissenschaften
- Wirtschafts- und Sozialwissenschaften

Gliederung der Vorlesung

1. Systeme und Modelle (2V)
2. Modellierung, Analyse und Simulation (ca. 12V)
 - Modellierung und Simulation diskreter Systeme
 - Validierung von Modellen
3. Optimierung (ca. 12V)
 - Lineare Optimierung
 - Ganzzahlige und kombinatorische Optimierung
 - Dynamische Optimierung
4. Zusammenfassung und Rückblick (1V)

Literatur

Es existiert kein Buch, welches die Vorlesung vollständig abdeckt, aber ein umfangreiches Skript!

Einzelne Kapitel der folgenden Quellen umfassen jeweils Teile der Vorlesung:

- A. M. Law: Simulation Modeling and Analysis. Mc Graw Hill 2015 (5. Aufl.) (Vorlesungskap. 1-8)
- J. Banks, J. S. Carson II, B. L. Nelson, D. M. Nicol. Discrete-Event System Simulation. Prentice Hall 2000 (Vorlesungskap. 1-8)
- K. Neumann, M. Morlock: Operations Research, Hanser 2002. (Vorlesungskap. 9-12)
- M. Puterman. Markov Decision Processes – Discrete Stochastic Control. Wiley 2005 (2nd eds.) (Vorlesungskap. 12)

weitere Literaturhinweise und PDF Dateien der Folien und des Skripts unter:

<http://ls4-www.cs.tu-dortmund.de> (Lehre SS 23) + Moodle-Raum

zusätzliche Literaturhinweise zu Beginn der einzelnen Kapitel und im Netz

Weiterführende Veranstaltungen

Informatik IV Veranstaltungen im Master

Vorlesungen:

- Modellierung und Analyse verteilter und eingebetteter Systeme (WS)
- Modellierung, Analyse und Simulation (WS)
- Verteilte Programmierung & numerische Algorithmen (SS)

+ diverse Seminare und Projektgruppen

+ diverse Veranstaltungen anderer Fachgebiete, die sich mit der Modellierung, Analyse und Optimierung beschäftigen

1. Systeme und Modelle

Gliederung

1.1 Systeme

1.2 Modelle

1.3 Analyse, Simulation und Optimierung

Literatur:

- Law 2015, Chapter 1.2
- Diverse Originalarbeiten über Systemtheorie und Modellbildung

Ziele:

- Herausarbeiten eines allgemeinen Systembegriffs
- Definition des Begriffs Modell
- Kennen lernen unterschiedlicher Modelltypen
- Kennen lernen von Analysemethoden
- Beschreibung des Vorgehens bei der Simulation
- Einordnung von Optimierungsansätzen
- Vorstellung eines allgemeinen Vorgehens bei der Systemanalyse

1.1 Systeme

Was ist ein System?

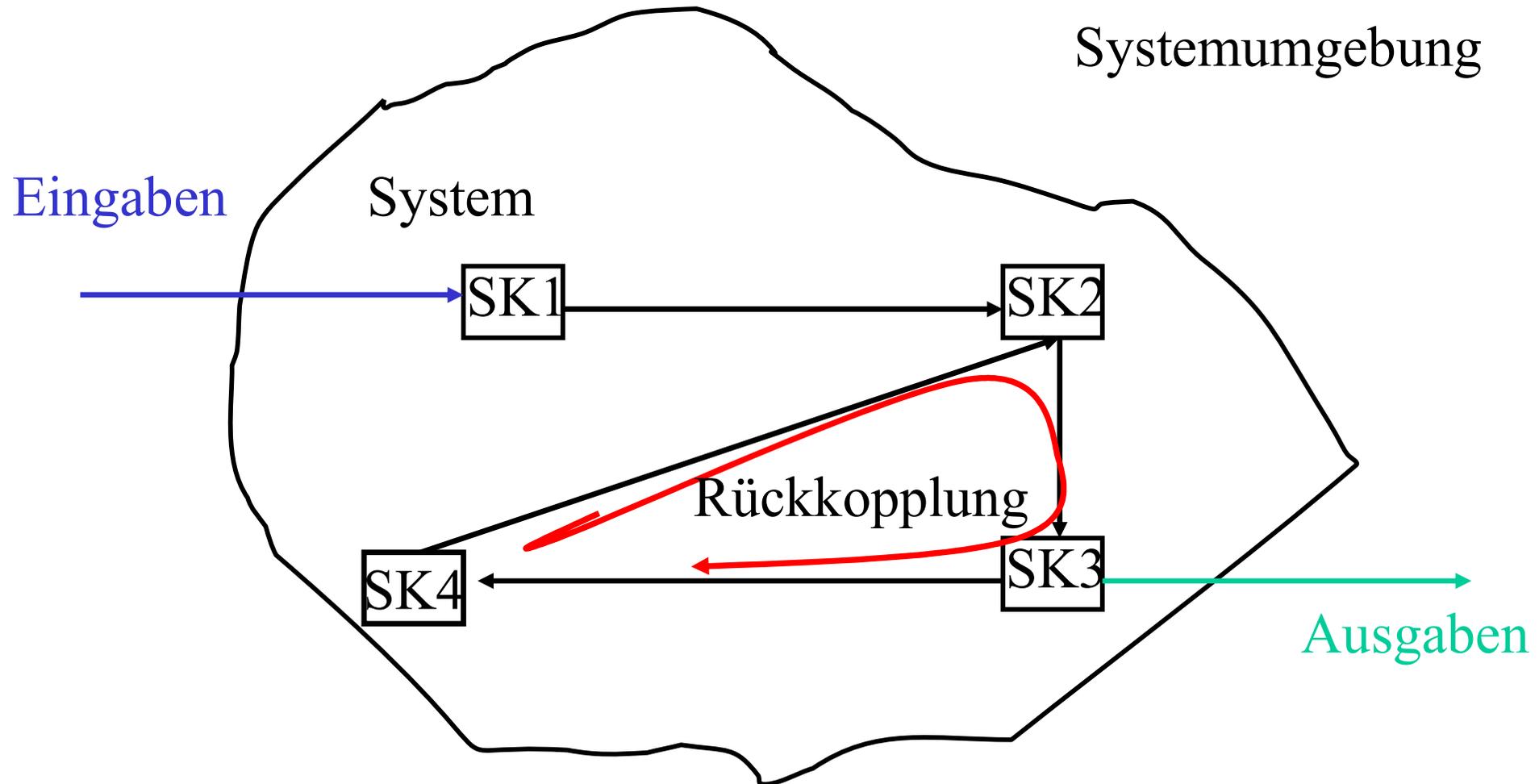
- eines in irgend einer Weise von seiner Umwelt abgegrenztes Gebilde aus der realen Umwelt
- Menge in Beziehung stehender Teile
- ein Teil der Umwelt, das einen Zweck erfüllt

Erkenntnisse über Systeme aus obigen Aussagen:

- sehr allgemeiner, nur vage definierter Begriff
- System ist das, was wir darunter verstehen

- **Struktur im Inneren**
- **Abgrenzung nach Außen**
- **Systemzweck als Existenzgrundlage**

System als Anzahl in Beziehung stehender Teile, die zu einem gemeinsamen Zweck interagieren!



(SK=Systemkomponente)

Beispiele für Systeme aus unterschiedlichen Anwendungsgebieten:

- Physik: Atom, Planeten
- Ingenieurwissenschaften: Maschine, Fabrik
- Biologie: Mensch, Insektenvolk
- Sozialwissenschaften: Familie, Staat
- Wirtschaftswissenschaften: Haushalt, Volkswirtschaft
- Informatik: Betriebssystem, Programm
-

Systematischere Betrachtung von Systemen:

- Systeme bestehen aus **Komponenten**
 - Komponenten können wieder aus Komponenten bestehen (hierarchische Beziehung)
- Komponenten können **Eigenschaften** besitzen
 - Veränderliche Eigenschaften heißen **Zustandsvariablen**
 - **Wertebereiche** der Zustandsvariablen sind durch die jeweiligen Eigenschaften definiert
- **Zustand des Systems**: Menge aller Werte der Zustandsvariablen
- Zustandsfolgen beschreiben das **zeitliche Verhalten** des Systems (dessen Dynamik)
- **Komplexität** des Systems ergibt sich aus der Zahl der Komponenten und der Komplexität ihrer Interaktion

Klassifikation von Systemen:

- **natürliche** und **künstliche** Systeme
Bsp. Biotop – Fabrik
- **offene** und **geschlossene** Systeme
Interaktion mit einer Umgebung
- **statische** oder **dynamische** Systeme
Änderung des Systemzustands über die Zeit

Uns interessiert ein System bzgl. einer bestimmten **Funktion**
(dem **Systemzweck**)

Analyse der Funktionalität eines künstlichen oder natürlichen
Systems

Ziel der Systemanalyse =

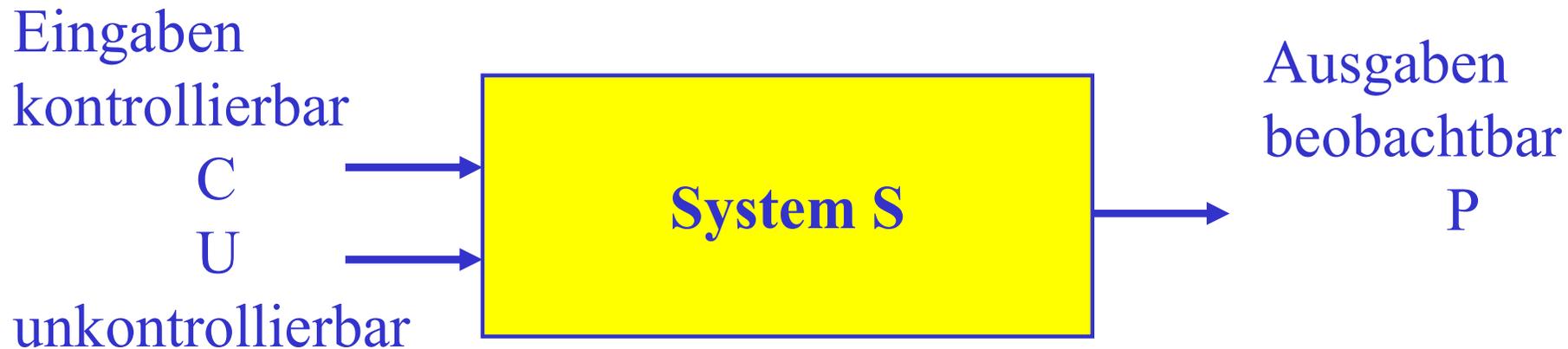
Bereitstellung von Information über das Systemverhalten
als Basis der Entscheidungsfindung

Typische Fragestellungen:

- Wie groß/schnell/teuer/zuverlässig/gut ist ein System?
- Wird der Systemzweck korrekt erfüllt?
- Was geschieht mit dem System, wenn?
- Was ist zu ändern, damit?

Analyseziele bzgl. Korrektheit, Zuverlässigkeit, Leistungsfähigkeit
und Kosten

Formalere Darstellung der Arbeitsweise der Systemanalyse:



Wertebereiche der Größen C , U und P : W_C , W_U und W_P

Funktion von S drückt sich durch Beziehungen zwischen C , U und P aus

- Funktion $f: W_C \times W_U \rightarrow W_P$ oder
- Relation $f \subset W_C \times W_U \times W_P$

Wesentliches Ziel:

- f in den Griff bekommen
- Einfluss von C und U auf P verstehen und nutzen

Besser: System hat ein Verhalten über die Zeit t
 $C(t)$, $U(t)$ und $P(t)$ Ein-/Ausgaben über die Zeit
 $P(t)$ hängt von $C(t')$ und $U(t')$ für $t' \leq t$ ab



Durch die Definition $C := C[0,t]$, $U := U[0,t]$ und $P := P(t)$
können wir die Sichtweise der vorherigen Folie beibehalten!

Experimentieren mit Systemen

Für ein reales System S ist f durch S repräsentiert!

Um f zu verstehen/analysieren:

- muss S beobachtet werden
- muss der Einfluss unterschiedlicher Eingaben untersucht werden
- kontrollierbare Größen C
- unkontrollierbare Größen U
- Ausgabegrößen P

Experimente mit S durchführen:

Größen C einstellen

Größen U und P beobachten (so gut/genau wie möglich)

dies alles möglichst systematisch geplant, um f zu verstehen

Beobachtung realer Phänomene ist nicht trivial, da

- viele Messungen mit Fehlern überlagert sind
(Messungenauigkeiten, fehlende Auflösung, ...)
- viele beobachtbare Größen aus der Überlagerung mehrerer Einflussfaktoren resultieren
(z.B. Übertragungszeiten von Nachrichten im Internet)
- Größen nur indirekt beobachtet werden können
(z.B. Atomzerfall)
- Beobachtungswerte stochastisch schwanken
(z.B. Ankünfte an einem Bankschalter)
- Größen nur für einen Teil der Eingabeparameter beobachtet werden können
(z.B. wenn Eingaben zu kritischen Situationen im System führen)

1.2 Modelle

Oft kann ein System S nicht empirisch analysiert werden, da

- zu teuer
- zu aufwändig oder langsam
- zu gefährlich
- zu ungenau (z.B. sehr schnelle Vorgänge wie Atomzerfall)
- oder prinzipiell unmöglich, da S nicht, noch nicht oder nicht mehr existiert

Alternative zur Beobachtung von S ist die Beobachtung eines Ersatzsystems S' , wobei

- S' „einfacher“ als S zu beobachten ist
- S' das Verhalten von S bzgl. des Untersuchungsziels repräsentiert (also f nachbildet!)

Ersatzsystem S' für ein System S bzgl. eines Analyseziels nennt man ein **Modell**

Es existieren mehrere Definitionen, hier nur zwei Beispiele:

Definition (nach Niemeyer)

Modelle sind materielle oder immaterielle Systeme, die andere Systeme so darstellen, dass eine experimentelle Manipulation der abgebildeten Strukturen und Zustände möglich ist.

Definition (nach Cellier)

Ein Modell M für ein System S und ein Experiment E ist ein System S' , auf das E angewendet werden kann und Aussagen über die Anwendung von E auf S erlaubt.

Anforderungen an Modelle

1. um Ergebnisse vom Modell auf das Originalsystem zu übertragen, ist eine ausreichend genaue Abbildung bzgl. der relevanten Merkmale notwendig
2. um Modelle handhabbar zu halten, müssen Details weggelassen werden (Abstraktion oder Idealisierung)

Probleme:

- Zielkonflikt zwischen 1. und 2.
- Relevante Merkmale oft nicht bekannt
- Auswirkungen von Idealisierungen nicht klar

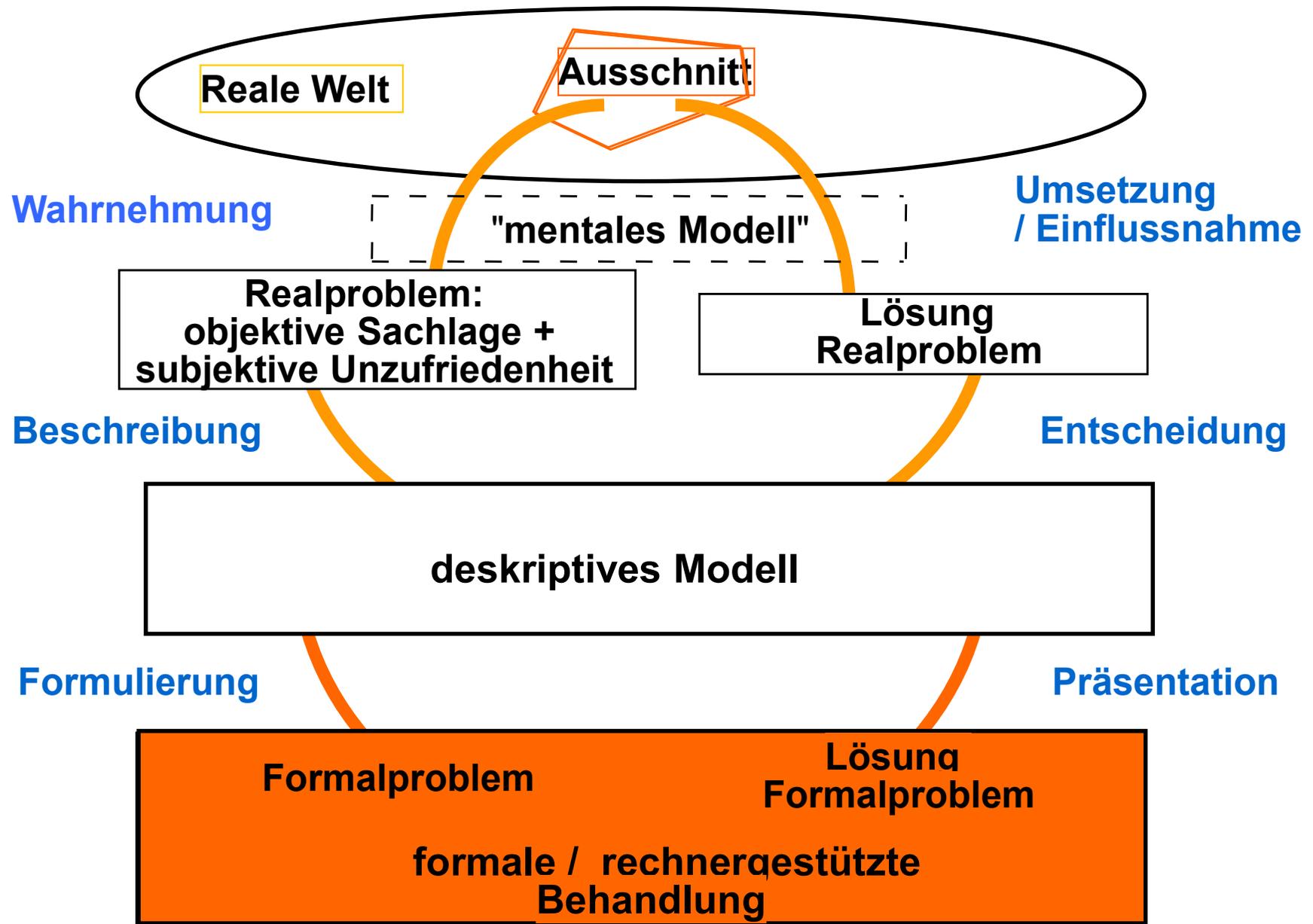
Klassifikation von Modellen:

- mental (Gedankenmodell)
- verbal (umgangssprachliche Beschreibung)
- grafisch (Foto, Flussdiagramm)
- materiell (Spielzeugauto)
- formal (Darstellung durch mathematisch-logische Verknüpfung von Symbolen)

Wir betrachten **formale/symbolische** Modelle

- die sich in einem formalen System nach festgelegten Regeln beschreiben lassen (formales System i.d.R. Mathematik)
- die sich mittels einer Programmiersprache in ein auf einem Computer analysierbares Modell transformieren lassen

Vorgehen bei der Modellierung und Analyse



Klassifikation formaler Modelle:

- statisch (keine Zustandsänderung mit der Zeit)
- dynamisch (zeitliche Änderung des Modellzustands)
- deterministisch (eindeutige Reaktion auf Eingaben)
- stochastisch (Reaktion auf Eingaben unterliegt Zufallseinflüssen)
- kontinuierlich
Zustandsvariablen ändern sich kontinuierlich
- diskret
Zustandsvariablen ändern sich nur zu diskreten Zeitpunkten
- hybride Modelle mit diskreten und kontinuierlichen Elementen

Wir verwenden:

- in den Kapiteln 2-8
dynamische Modelle
 - diskret und stochastischAnalyse schwierig/aufwändig
Optimierung hier nur ansatzweise untersucht
- in Kapitel 9-11
statische Modelle
 - linear, diskretAnalyse problemlos, Optimierung schwierig
- in Kapitel 12
dynamische Modelle deterministisch oder stochastisch
Optimierung per Algorithmus, je nach Problem einfach oder schwierig
- Methoden zur Optimierung der Modelle aus Kapitel 2-8 in der Vorlesung
Modellierung, Analyse und Simulation im WS

Modellerstellung:

Zentrale Entscheidung bei der Modellbildung:

Was wird im Modell berücksichtigt?

Im Prinzip kann fast jedes Detail berücksichtigt werden, aber
zusätzliche Details erhöhen den Aufwand der Modellerstellung

- machen Modelle unübersichtlicher
- erfordern detailliertere Eingabedaten
- erhöhen den Analyseaufwand

Ziel ist es

- wesentliche von unwesentlichen Faktoren zu unterscheiden
- mögliche Vereinfachungen zu erkennen,

um zu

- einfach verständlichen
- leicht analysierbaren und
- bzgl. der Zielsetzung genügend wirklichkeitsgetreuen

Modellen zu gelangen

Modellerstellung wird beeinflusst, von

1. der Zielsetzung der Modellierung
2. den Kenntnissen über das System
3. den Möglichkeiten der Parametermessung oder –schätzung
4. den verfügbaren Modellierungsformalismen
5. dem vertretbaren Aufwand

Modellerstellung als Kunst oder Technik?

Heute praktisch immer noch in weiten Teilen im „Kunst“-Zustand!

Aber Unterstützung durch

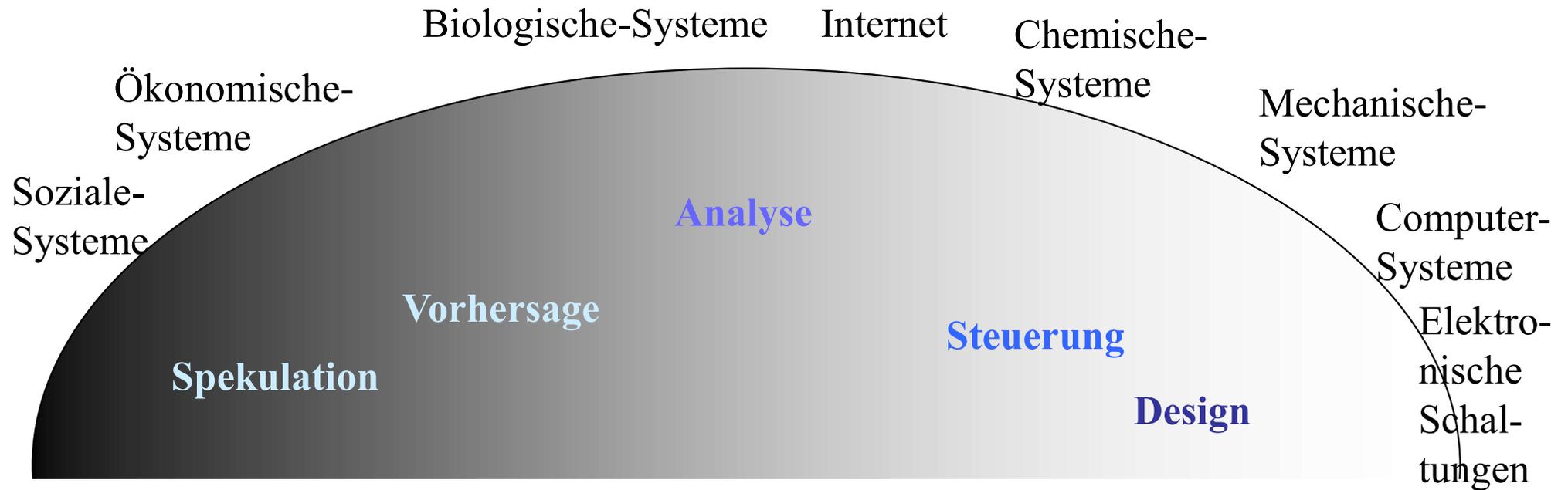
- Modellierungskennntnisse oder Richtlinien
- Softwareumgebungen und –werkzeuge
- Referenzmodelle und Modellbibliotheken

Zielgerichtete Modellerstellung:

- Erklärungsmodell
Abbildung des Ist-Zustandes
- Prognosemodelle
Abbildung der Zukunft
- Gestaltungsmodell
Experimentumgebung für ein System
- Optimierungsmodell
Suche nach optimaler Konfiguration/Steuerung
- Trainingsmodell
Ausbildung an vorhandenen oder zukünftigen Systemen

Zielsetzung beeinflusst den Modelltyp!

Ansätze zur Modellbildung: Regenbogen von Karplus



Nach Cellier 1991

Black-Box-Sichtweise:

- Modellbildung auf Basis des beobachteten Verhaltens am Ausgang (in Abhängigkeit vom Eingang)
- induktives Vorgehen bei der Modellierung (Herleitung des Allgemeinen aus Einzelfällen)

White-Box-Sichtweise:

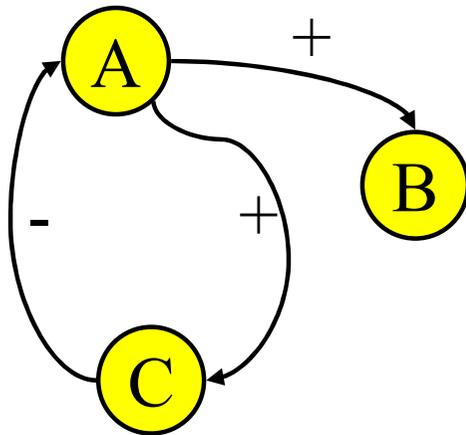
- Modellbildung auf Basis der Systemstruktur
- deduktives Vorgehen bei der Modellierung (Herleitung des Einzelfalls aus dem Allgemeinen)

Modelle zur Beschreibung dynamischen Verhaltens:

- Qualitative Beschreibung von Wirkungszusammenhängen
- Qualitative/Quantitative Beschreibung von Beispielabläufen
- Qualitative Beschreibung der Dynamik
- Quantitative Beschreibung der Dynamik
 - kontinuierliche Zustandsänderung
 - zeit- oder ereignisdiskrete Zustandsänderungen
 - hybride Zustandsänderungen (diskret + kontinuierlich)
- ✓ Zusätzlich spezifische Sicht der Welt
 - abstrakt unabhängig von der Anwendung
 - anwendungsspezifisch (Graphik + Terminologie)

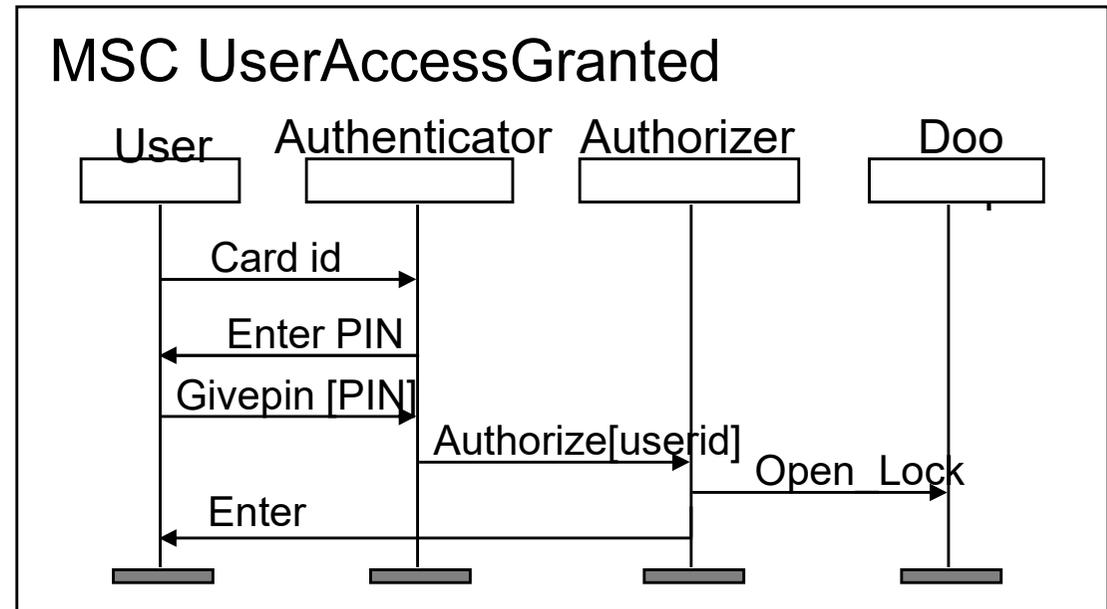
Modelltypen: statische, qualitative Modelle

Wirkungsgraphen:



Nur qualitative Information:
z.B. A größer \Rightarrow C größer
C größer \Rightarrow A kleiner
keine Information über
mathematische Relation

Message Sequence Charts

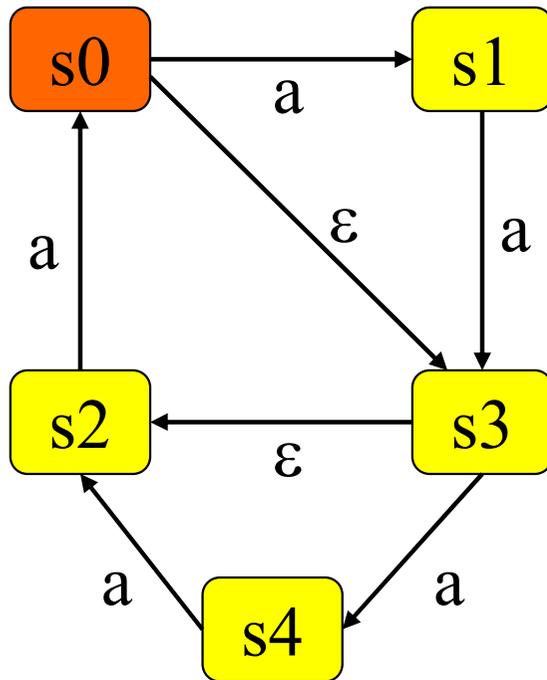


Exemplarische Beschreibung des
Nachrichtenaustauschs

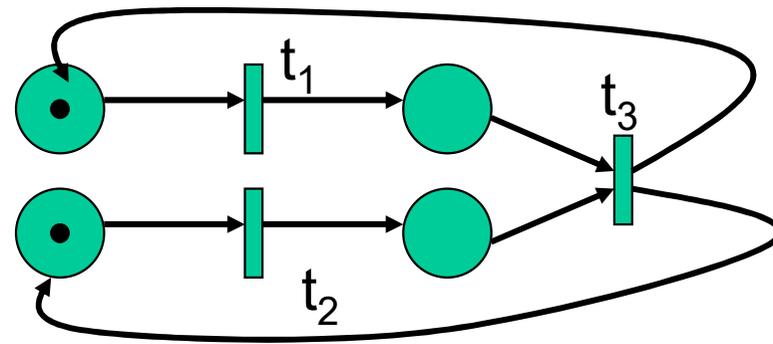
- keine Aussagen über alle
möglichen Abläufe
- keine Quantifizierung

Modelltypen: funktionale Beschreibung

Automatenmodelle



Petri-Netze



- In beiden Fällen formale mathematische Definition und grafische Darstellung
- In beiden Fällen existieren vielfältige Erweiterungen inkl. Einbeziehung von Zeiten

Wichtige Unterteilung im Bereich dynamischer Modelle:

diskret:		kontinuierlich:
<p>zeitdiskret</p> <ul style="list-style-type: none">• Werte der Zustandsvariablen ändern sich alle Δ Zeiteinheiten• atomare Änderung des Zustands in Abhängigkeit vom bisherigen Zustand• deterministisches oder stochastisches Verhalten	<p>ereignisdiskret</p> <ul style="list-style-type: none">• Werte der Zustandsvariablen ändern sich durch das Eintreten eines Ereignisses• atomare Änderung des Zustands in Abhängigkeit vom bisherigen Zustand u. U. inkl. Verweilzeit dort• deterministisches oder stochastisches Verhalten bzgl. Nachfolgezustand und Verweilzeit	<ul style="list-style-type: none">• Werte der Zustandsvariablen ändern sich kontinuierlich u.U. auch Sprungfunktionen enthalten• Zustandsänderungen in Abhängigkeit vom aktuellen Zustand• (meistens) deterministisches Verhalten

Modell der kontinuierlichen Simulation:

- Differentialgleichungen
 - Gewöhnliche DGLs
 - Partielle DGLs
 - Stochastische DGLs
- Differenzengleichungen

Analyse per Simulation

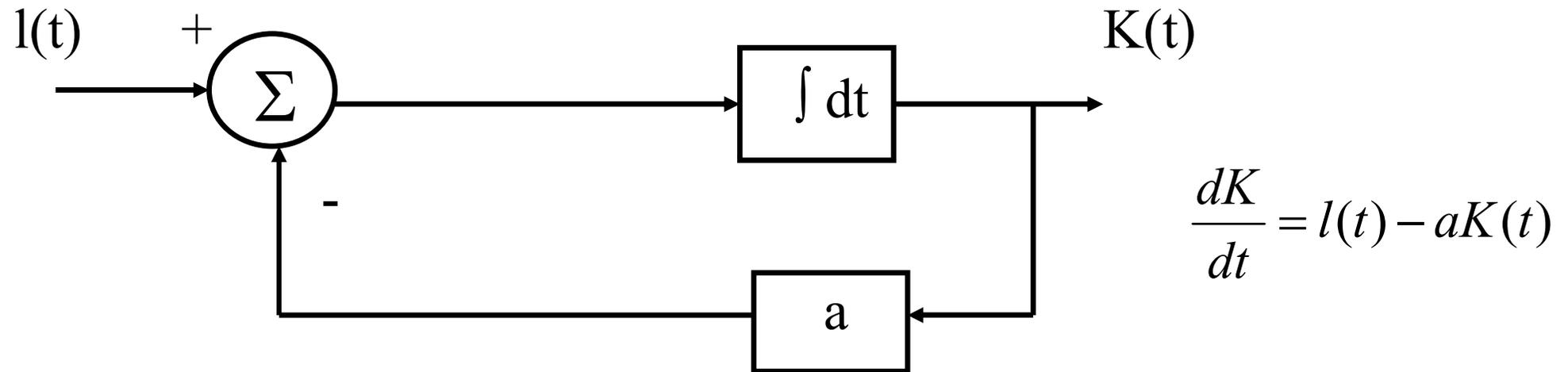
- Im deterministischen Fall ein Ablauf, aber oft starke Abhängigkeit vom Anfangszustand, von externen Einflüssen (d.h. viele unterschiedliche Abläufe bei geringen Modifikationen)
- Im stochastischen Fall unterschiedliche Abläufe (je nach Realisierung des Zufalls)

Modellierung direkt mit Differentialgleichungen nicht intuitiv, komplex, ...

⇒ Einsatz von abstrakten Modellen

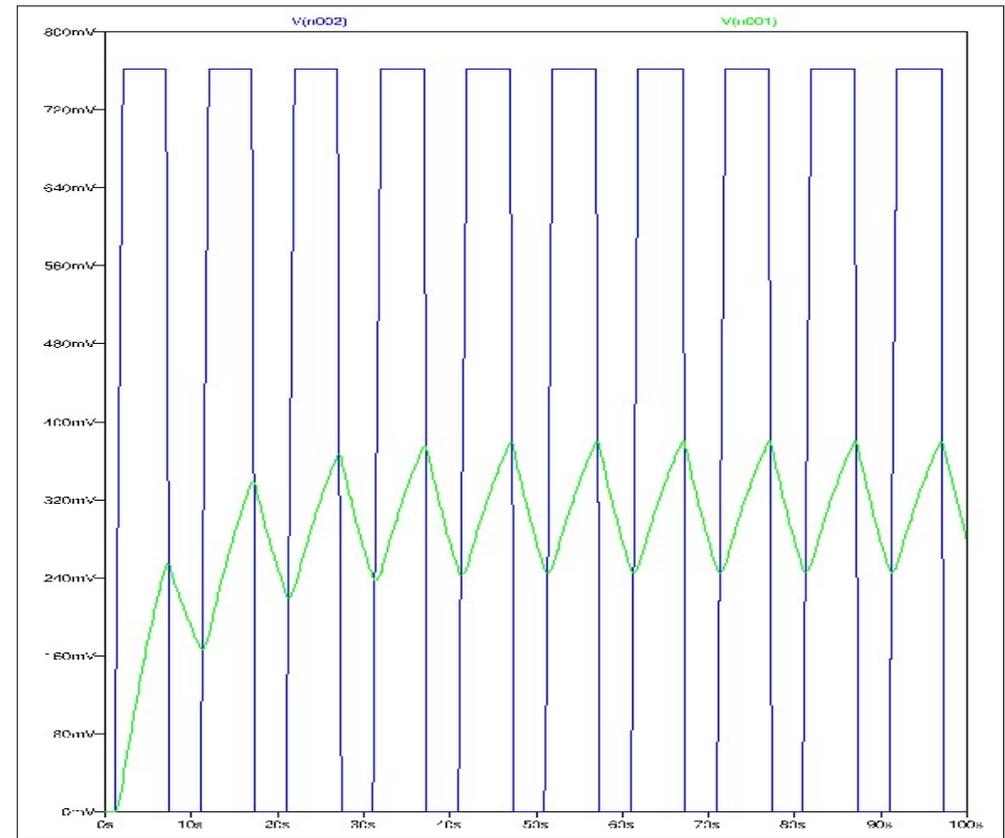
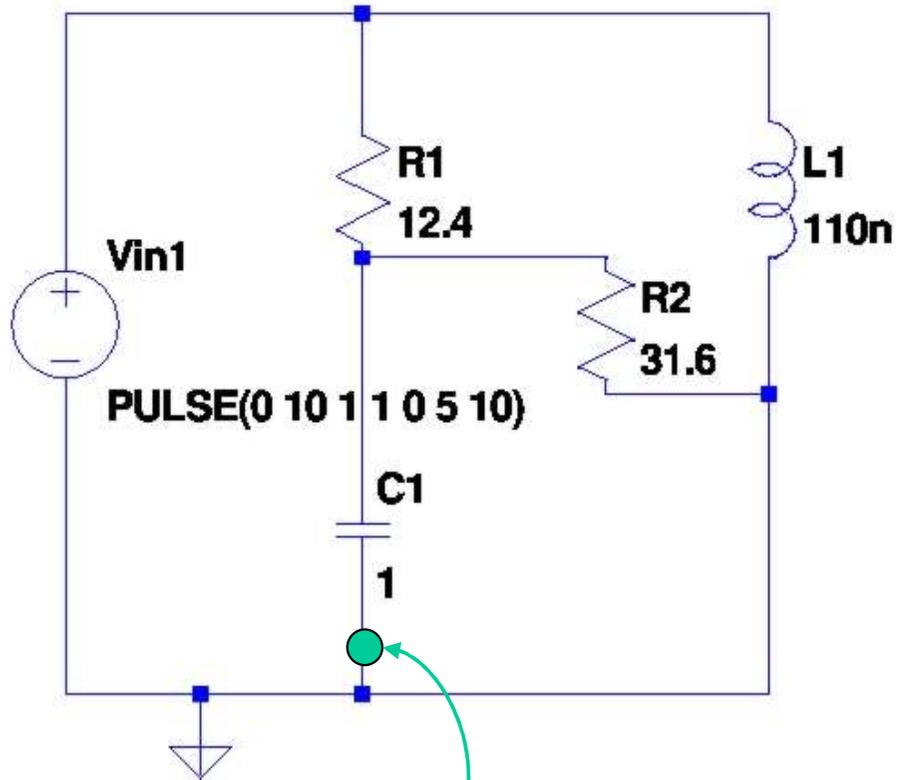
Modelltypen: Kontinuierliche Systeme

Blockorientierte Darstellung mathematischer Funktionen



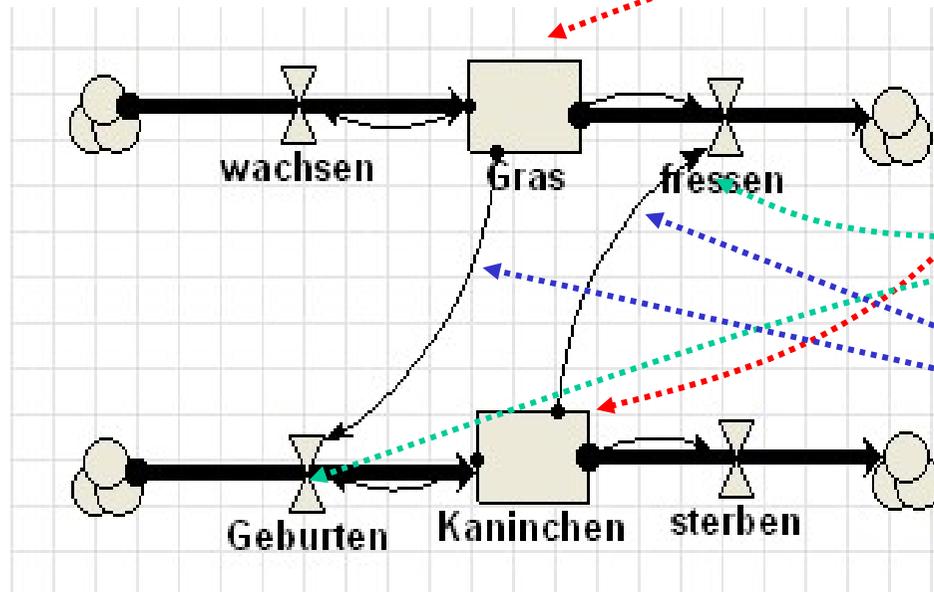
- Graphische Spezifikation von Wirkungszusammenhängen und mathematischen Zusammenhängen
- Unterschiedliche Ansätze existieren, viele sind anwendungsspezifisch
- wenige allgemein verwendbare oder standardisierte Beschreibungsformen

Beispiel kontinuierliches System: elektronische Schaltung



System Dynamics

Darstellung in der Regel mit graphischen Modellbeschreibungen



Zustandsvariablen

zur

Aufnahme der
aktuellen
Populationen

Zufluss- und Abflussregelung

Abhängigkeiten

graphische Beschreibung + Parametrisierung \Rightarrow vollständige Modellspezifikation

Unterliegendes mathematisches Modell:

- Differentialgleichungen
- Differenzengleichungen

Beschreibung des mathematischen Modells, das durch die Graphik spezifiziert wird:

- x_K und x_G ist die Anzahl Kaninchen und die Menge an Gras zu einem Zeitpunkt t
(hier als reellwertige Variablen, d.h. Approximation der diskreten Kaninchenpopulation)

- Änderung der Variablenwerte

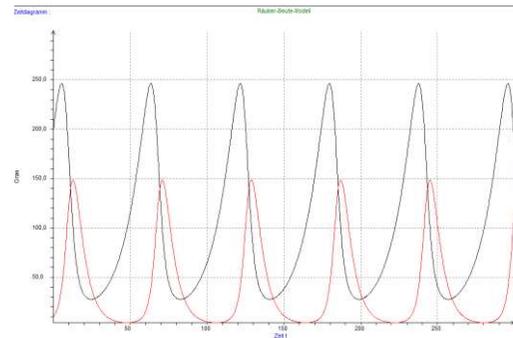
$$\dot{x}_K = -a \cdot x_K + k \cdot b \cdot x_K \cdot x_G \quad \text{und}$$

$$\dot{x}_G = c \cdot x_G - b \cdot x_K \cdot x_G$$

mit $a, b, c > 0$ und $0 < k < 1$

(\dot{x}_K wird üblicherweise für dx_K/dt verwendet)

- Beobachtetes Verhalten



Kontinuierliche Beschreibung

- ersetzt diskrete Räuber und Beute Populationen durch kontinuierliche Variablen
- vernachlässigt weitere Einflussfaktoren

Alternative Modellierung durch diskrete Modelle

- Betrachtung der Änderungen in den Populationen zu festen Zeitpunkten (zeitdiskret) oder
- Beschreibung jeder einzelnen Änderung in der Population (ereignisdiskret)

In beiden Fällen Berücksichtigung weiterer Einflussfaktoren durch Zufallseinflüsse

Analyseaufwand ereignisdiskreter Modell mit großen Populationen deutlich höher

Diskrete Modellierung des Räuber-Beute Modells:

- Räuber und Beute werden durch Individuen beschrieben
- Individuen existieren (und bewegen sich u.U.) im Raum
- Individuen interagieren (Räuber frisst Beute)
- Vorgegebene Verhaltensmuster inkl. stochastischer Komponenten

Simulation bedeutet:

- „Nachspielen“ des Verhaltens jedes Individuums und
- der Interaktionen zwischen Individuen
(Detaillierungsgrad!?)

Stochastik bedingt wechselnde, zufallsgesteuerte Verläufe

Predator Prey Agent Based Model

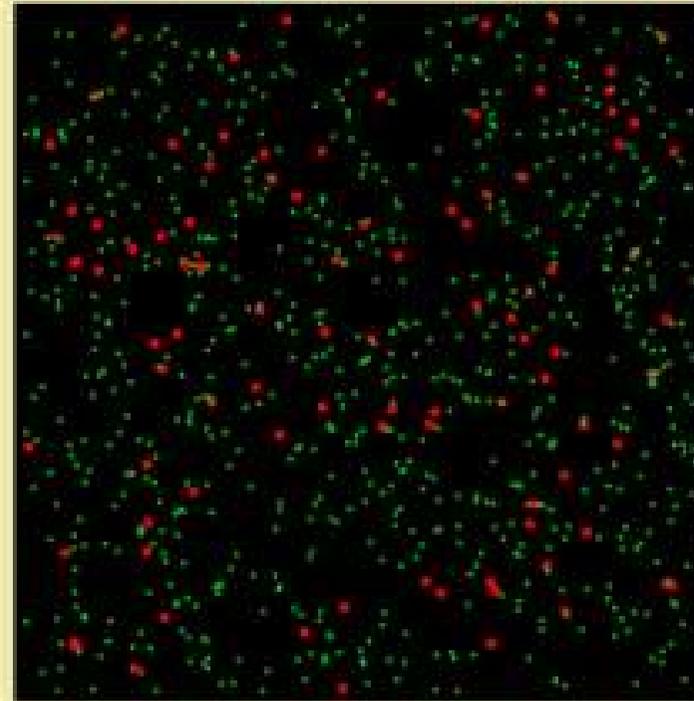
Change parameters on-the-fly

Hare Births per Year: 3

Hare Babies per Birth: 4

Lynx Births per Year: 1

Lynx Babies per Birth: 2



Diskrete Modelle technischer Systeme

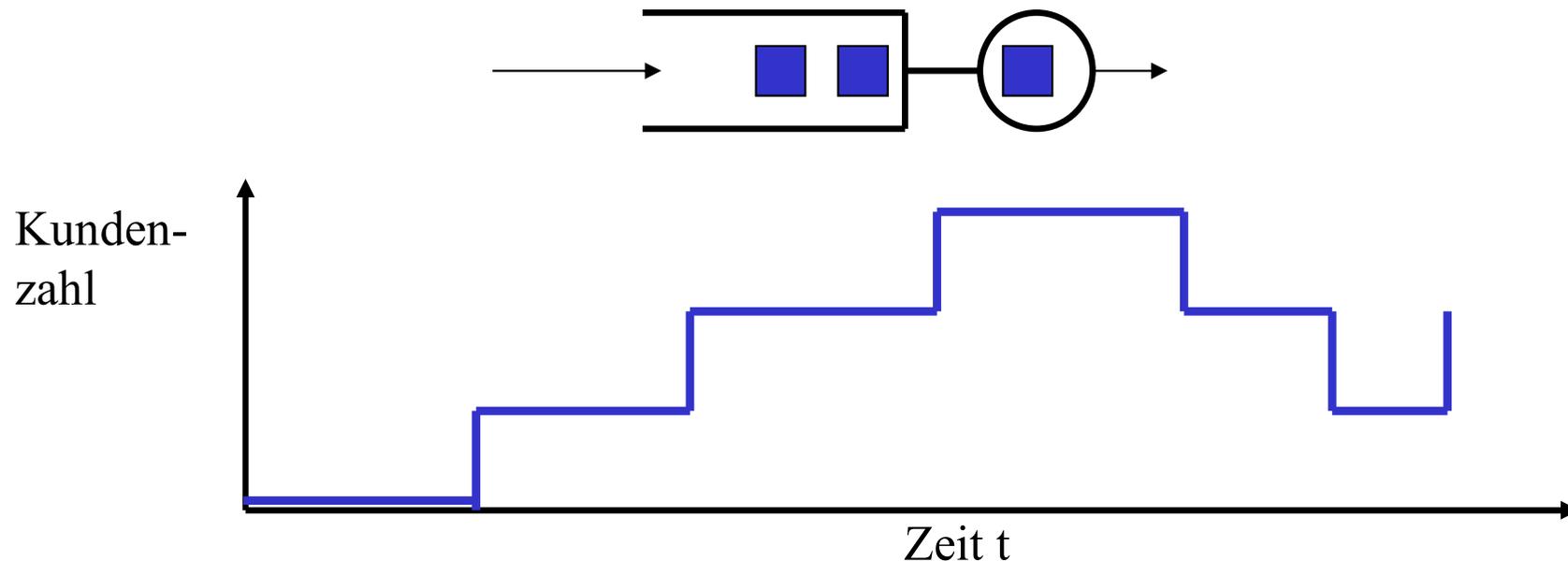
- Diskrete Einheiten (Jobs, Aufträge, Kunden, ...) führen Aktionen aus, die
 - eine Zeit dauern
 - Ressourcen (Rechner, Bediener, Maschinen, ...) benötigen
- Ressourcen sind nur in beschränktem Maße vorhanden
- Zeitverbräuche werden oft stochastisch modelliert

Umsetzung in ein ereignisdiskretes Modell

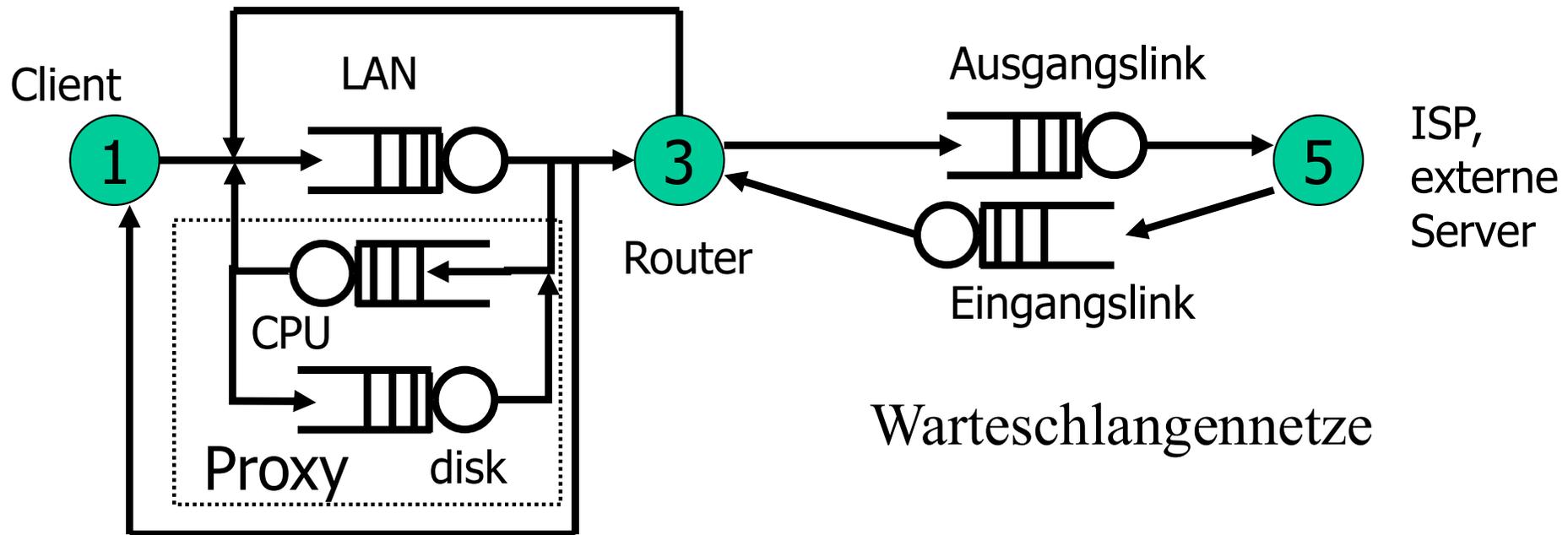
- Ereignisse
 - Belegung einer Ressource
 - Freigabe einer Ressource
 - Beginn, Ende einer Aktion
 - Erzeugung einer neuen Einheit
 -

Beispiel ereignisdiskretes Modell: Bediensystem

- Objekte
 - Kunden, Bedieneinrichtung, Warteschlange
- Attribute
 - Ankunftszeiten, Bedienzeiten, Kundenzahl
- Attributsänderungen
 - bei Ankunft: Bediener belegen, Kundenzahl + 1
 - bei Bediende: nächster Kunde, Kundenzahl - 1



Modelltypen: Diskrete Systeme



Aufträge verlangen Bedienung an Stationen

- Bedienwünsche und Routen der Aufträge durch Zufallsvariablen beschrieben
- Verteilung der Bedienkapazität durch Schedulingstrategie beschrieben
- Aufträge mit (statistisch) identischem Verhalten werden in Klassen zusammengefasst

Modelltypen: Diskrete Systeme

Viele Ansätze basieren auf erweiterten Warteschlangennetzen

Sichtweise i.d.R.:

- Belegung von Ressourcen in Konkurrenz mit Anderen
- Verhalten unterliegt Zufallseinflüssen

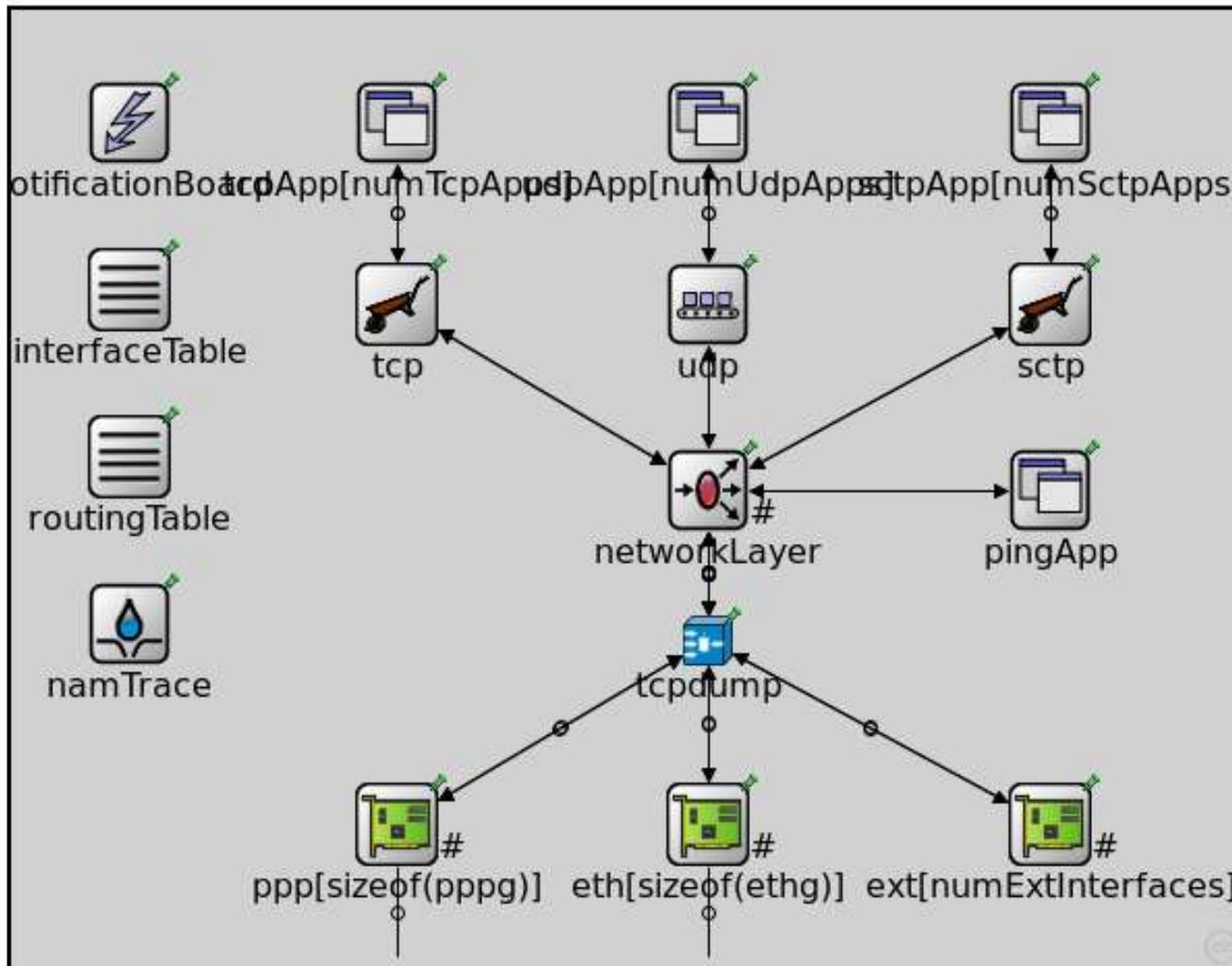
Typische Erweiterungen des Standardparadigmas:

- Simultane Belegung von Ressourcen
- Synchronisationsmechanismen
- Hierarchische Modelle
- Anwendungsspezifische graphische Darstellung

Alternative Ansätze auf Basis von

- Domänenspezifische Ansätze
(z.B. Rechnernetze, Fertigungssysteme, ...)

Modellierung von Rechnernetzen: Standardkomponente StandardHost



Anwendungen

Transportschicht

Vermittlungsschicht

MAC

Modelltypen: Programmiersprachliche Formen

Zur Formulierung dynamischer Modelle in Programmiersprachen, muss entsprechende Unterstützung vorhanden sein

Simulationssprachen für diskrete Systeme

- Darstellung des zeitlichen Ablaufs
- Unterstützung bei Ereignisverwaltung
- Unterstützung bei Realisierung von Zufallseinflüssen
- Unterstützung bei Systembeobachtung und Auswertung

Beispiele: GPSS, Simula, Simescript, ... (später mehr)

Simulationssprachen für kontinuierliche Systeme

- Formulierung mathematischer Zusammenhänge
- Analyse von Differentialgleichungen

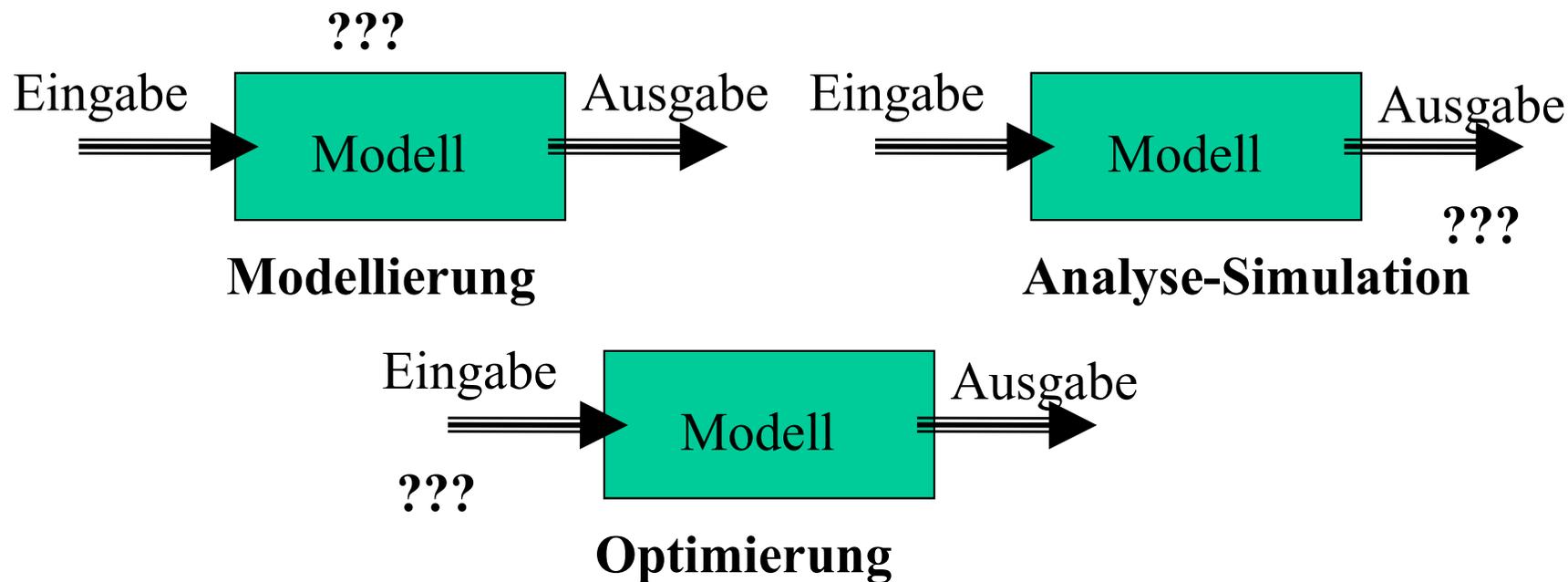
Beispiele: Mathematica, Matlab, Octave, Scilab, ...

Zusammenfassende Bemerkungen zur Modellierung:

- Modelle werden immer zielgerichtet erstellt
- unterschiedliche Ziele erfordern in der Regel unterschiedliche Modelle
- jedes Modell enthält Vereinfachungen und Abstraktionen und ist damit mehr oder weniger valide
- Validität muss systematisch überprüft werden
- das richtige Modell existiert nicht, es gibt nur adäquate Modelle
- ein adäquates Modell erfordert adäquate Parameterwerte
- falls möglich deduktiv und nicht induktiv modellieren
- wähle das einfachste adäquate Modell

1.3 Analyse, Simulation und Optimierung

- Bisher untersucht Beschreibung eines (realen oder geplanten) Systems durch ein formales Modell
- Nun Analyse des Modells zur Gewinnung von Resultaten und damit letztendlich von Aussagen über das System
- Daraus resultierende Änderungen des Systems zur besseren Aufgabenerfüllung

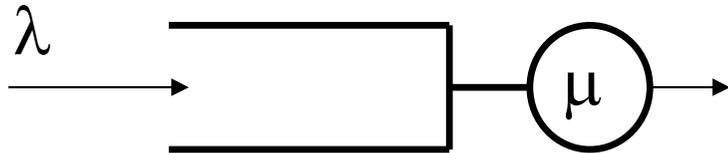


Klassifikation symbolischer Modelle nach Lösbarkeit

- **Ideal:** f liegt als geschlossene, explizite Formel vor
 - Beurteilung, Veränderung, Optimierung prinzipiell per Hand möglich (**analytisches Vorgehen**)
- **Nächstbest.:** f liegt als implizite Formel vor
 - Beurteilung, Veränderung, Optimierung durch systematisches Abtasten von f für verschiedene Werte von C und U (**numerisches Vorgehen**)
- **Schwierig:** Für f ist nur eine Menge von Zusammenhängen, Abhängigkeiten bekannt
 - Beurteilung, Veränderung, Optimierung durch schrittweises Durchspielen der Abhängigkeiten (**simulatives Vorgehen**)

Beispiel für ein analytisches Modell: **M/M/1** (“Bankschalter”)

(in fast jedem Buch über **M**arkov- oder Warteschlangen-Theorie zu finden)



Kunden kommen gemäß einer Exponentialverteilung A

mit Rate λ an, d.h. $E[A]=1/\lambda$
(„pro Zeiteinheit kommen im Mittel λ Kunden an bzw. die mittlere Zeit zwischen zwei Ankünften ist $1/\lambda$ “)

Kunden werden gemäß einer Exponentialverteilung B
mit Rate μ bedient, d.h. $E[B]=1/\mu$

Annahme: $\lambda < \mu$ („Stationaritätsbed.“)

Definiere $\rho = \lambda/\mu$.

Man kann u.a. zeigen, daß in der stationären Phase („langfristig“) gilt:

Population: $E[N] = \rho/(1-\rho)$

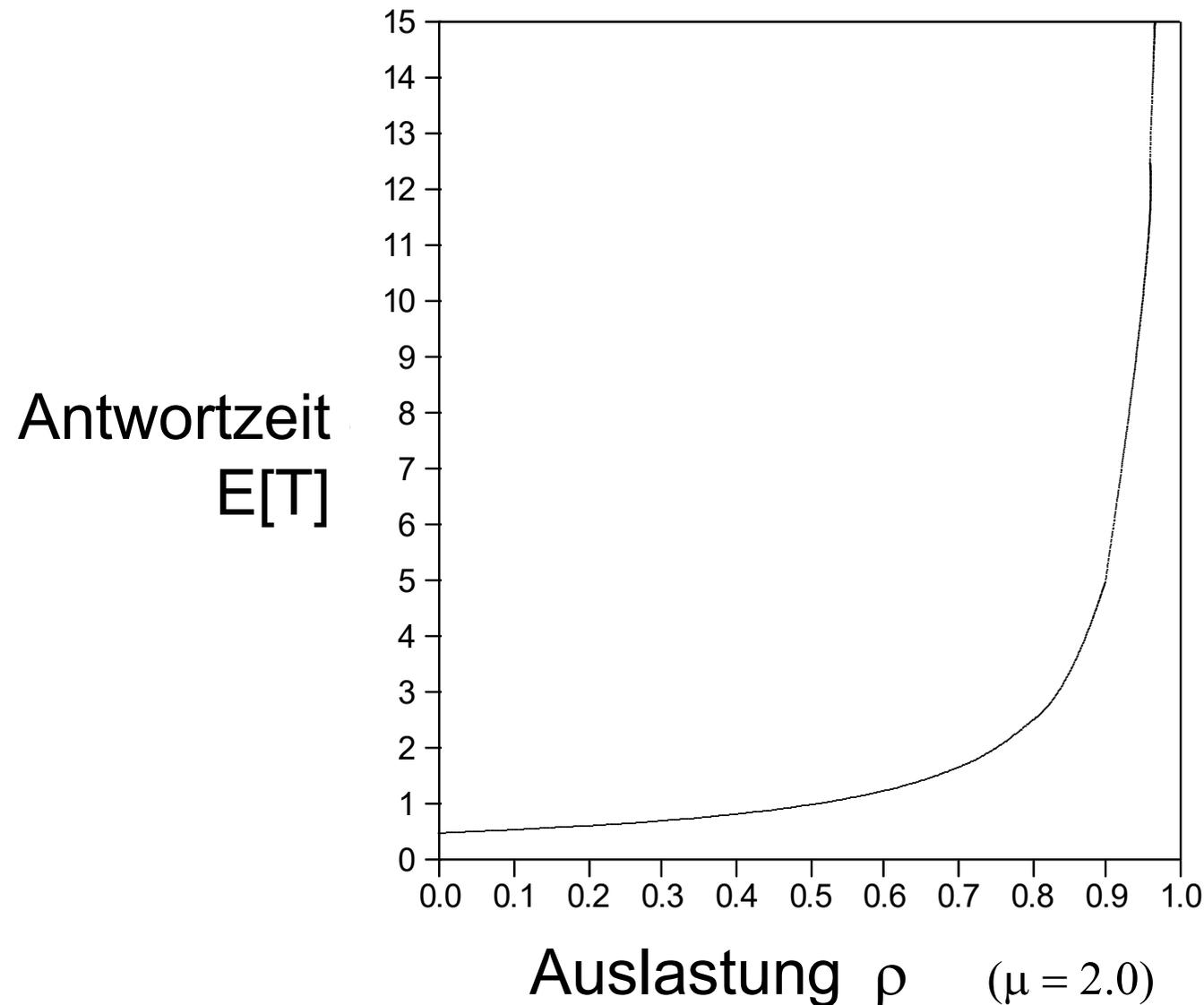
Antwortzeit: $E[T] = 1/(\mu-\lambda)$

Auslastung: $E[U] = \rho$

Wartezeit: $E[W] = \rho/(\mu-\lambda)$

$P[\geq k \text{ Kunden im System}] = \rho^k$

Analytische Modelle können (qualitative) Einblicke in Systemverhalten und beobachtbare Größen geben, z.B. M/M/1:



Analytisches Vorgehen:

Vom Standpunkt der Lösung anzustreben, da

- explizite Berechnung der Lösung möglich und
- damit Lösungen über einem Parameterraum charakterisierbar sind

aber

- analytisch analysierbare Modelle erfordern oftmals starke Vereinfachungen
 - Modelle sind nicht adäquat für die Zielsetzung (wähle das einfachste adäquate Modell!)
- für die Systemanalyse muss oft/meistens auf simulative Modelle zurückgegriffen werden

Vorteile:

- Einfache analytische Modelle fördern das Systemverständnis (Zwang zur Abstraktion erfordert oft tiefer gehende Beschäftigung mit den Abläufen im System)
- Analytische Modelle sind oft „exakt“ lösbar, so dass Ergebnisse einfach zu interpretieren sind

In der Vorlesung:

- Liegt der Schwerpunkt auf der Simulation
- Werden analytische Modelle nur kurz erwähnt

In der Praxis sollten idealerweise beide Modelltypen benutzt werden:

- Analytische Modelle zur Grobanalyse und Validierung
- Simulation zur Feinanalyse

Simulatives Vorgehen:

Im Gegensatz zum analytischen Vorgehen kann f nur noch punktweise abgetastet werden

Definitionen des Begriffs Simulation:

- Durchführung von Experimenten an einem Modell, das anstelle des Originalsystems tritt. (Krüger)
- Nachbildung eines dynamischen Prozesses in einem Modell, um zu Erkenntnissen zu gelangen, die auf die Wirklichkeit übertragbar sind. (VDI Richtlinie)
- Prozess der Modellbeschreibung eines realen Systems und anschließendes Experimentieren mit diesem Modell mit der Absicht, entweder das Systemverhalten zu verstehen oder verschiedene Strategien für Systemoperationen zu gewinnen. (Shannon)

Vorteile simulativer Modelle gegenüber analytischen Modellen:

- Realitätsnahe Modellierung
 - beliebige Verteilungsannahmen
 - Synchronisationsstrukturen
 - Abhängigkeiten
- Verbindung mit realen Abläufen
 - tracegesteuerte Simulation
 - hardware-in-the-loop Simulation
 - men-in-the-loop Simulation
 - Echtzeitsimulation zur Prozesssteuerung
- Detaillierte Nachbildung des dynamischen Verhalten evtl. inkl. Animation

Nachteile simulativer Modelle gegenüber analytischen Modellen:

- hoher Erstellungsaufwand
- hoher Datenbedarf bei detaillierter Modellierung
- oft geringes Modellverständnis
- hoher Validierungsaufwand
- hoher Bedarf an Rechenzeit
- kein Zwang zur Abstraktion
- notwendige Ergebnisinterpretation auf Grund von
 - statistischen Schwankungen
 - numerischen Ungenauigkeiten
- keine Strukturinformation verfügbar, die zur Optimierung nutzbar ist

Optimierung von Systemen:

Bei Planung, Erstellung und Betrieb von Systemen gibt es oft
Entscheidungsalternativen

- je nach Entscheidung ändern sich die Resultate
- Entscheidungen treffen, so dass möglichst gute (optimale)
Resultate erzielt werden

Obige Formulierung erlaubt beliebige Änderungen am System

⇒ Finden des besten Systems für die Lösung eines Problems
(i.d.R. unlösbar)

⇒ eingeschränkte Problemstellung

System vorgegeben

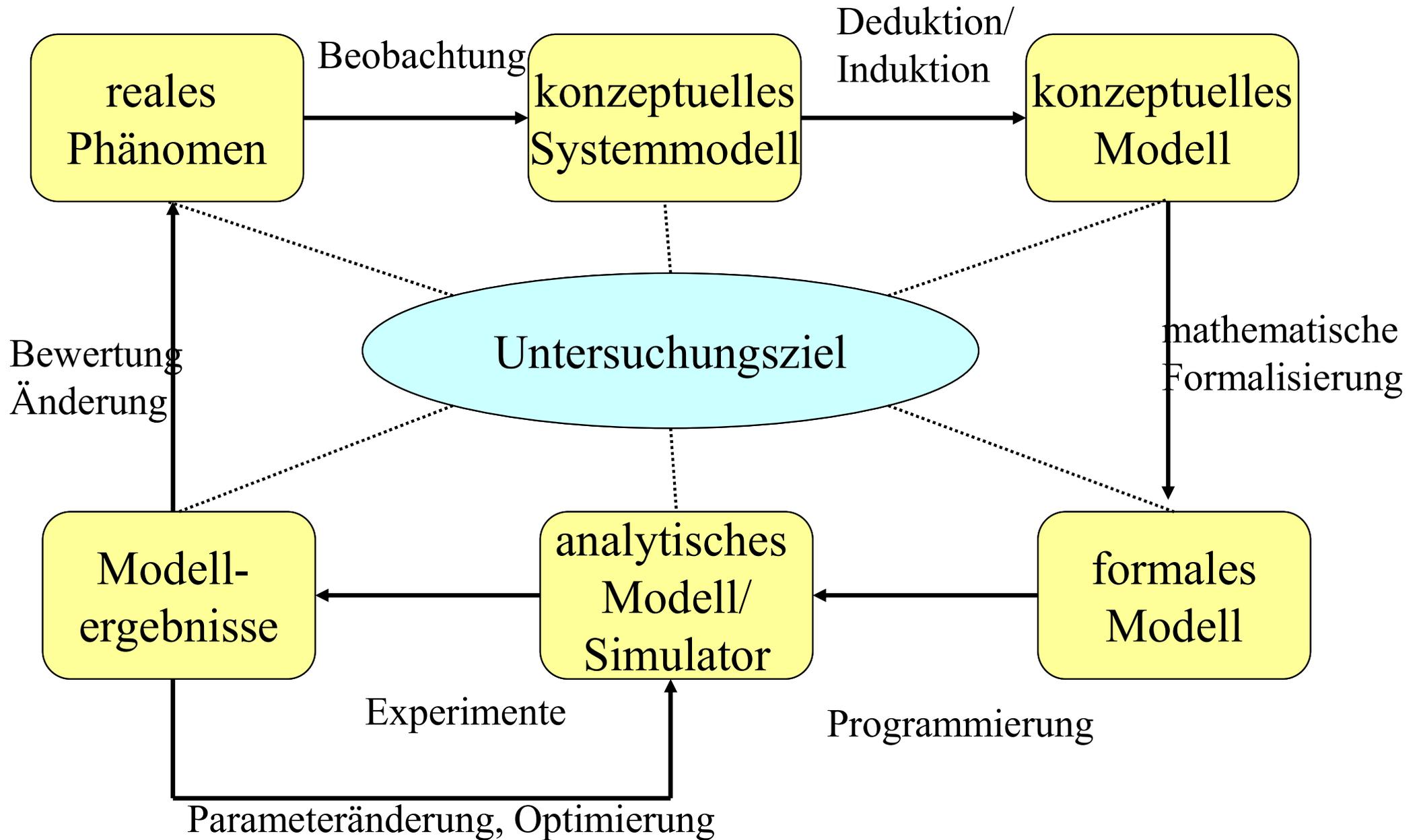
⇒ finde kontrollierbare Eingaben C , so dass Ausgaben P optimal
(je nach Definition von C erlaubt die Sichtweise auch
Strukturänderungen am Modell)

Optimierung von Systemen:

Angewendete Methoden von konkreter Problemstellung abhängig
Faktoren, die eine Optimierung erschweren:

- f liegt nicht explizit vor und kann nur punktweise abgetastet werden
 - Ableitungen von f können, wenn überhaupt, nur numerisch ermittelt werden
- f hängt von U (z.B. in Form von Zufallseinflüssen) ab
 - P ändert sich bei festem C durch unterschiedliche U
 - Optimalität muss über alle möglichen Werte von U und deren Auftretenswahrscheinlichkeit definiert werden
- Werte von C sind nicht frei wählbar, sondern müssen (Neben-) Bedingungen erfüllen
- P enthält mehrere Werte und das Optimum kann nicht als Ergebnis einer skalaren Funktion über P definiert werden

Übersicht über das Vorgehen:



Zusätzlich in allen Schritten **Validierung**:

Inwieweit das Modell das Verhalten des Systems bzgl. des Untersuchungsziels adäquat wiedergibt ist streng mathematisch nicht beweisbar

Validität kann nur graduell festgelegt werden auf Basis von

- Strukturgültigkeit
- Verhaltensgültigkeit
- empirischer Gültigkeit
- Anwendungsgültigkeit

Validierung muss modellierungsbegleitend erfolgen!