Übungen zur Vorlesung Kapazitätsplanung und Leistungsbewertung verteilter Systeme
Blatt 3

Aufgabe 9

In der Vorlesung haben wir gesehen, dass die Verteilung der Größe von Dokumenten im Web und damit auch die Zugriffszeit einen sogenannten "heavy tail" hat. Dies wird oft durch die sogenannte Pareto Verteilung mathematisch beschrieben. Die Verteilungsfunktion der Pareto-Verteilung lautet

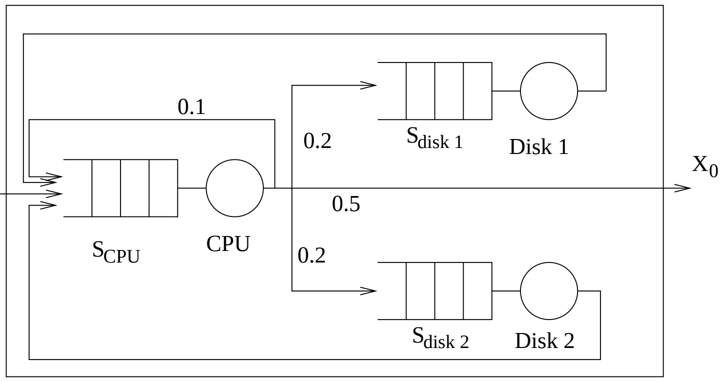
$$F(x) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{k}{x}\right)^a & x \geq k \\ \\ 0 & x < k \end{cases}$$

mit $a, k > 0$.

Bestimmen Sie die Dichtefunktion der Pareto Verteilung. Wie lautet der Erwartungswert und die Varianz der Verteilung? Die Pareto Verteilung mit $0 < a < 2$ hat einen "heavy tail", wodurch drückt sich der "heavy tail" aus? Angenommen Sie hätten nur einen Zufallszahlengenerator, der $[0, 1)$ gleichverteilte Zufallszahlen generiert, wie könnte man daraus Zufallszahlen einer Pareto Verteilung generieren?

Aufgabe 10

Betrachten wir folgendes Warteschlangennetz zur Beschreibung eines Web Servers.



Die einzelnen Routingwahrscheinlichkeiten sind im Netz angegeben. Bestimmen Sie anhand der Routingwahrscheinlichkeiten die mittleren Besuchhäufigkeiten und Durchsätze für alle Stationen im Netz. Wie groß dürfen die mittleren Bedienzeiten der einzelnen Stationen maximal sein, damit die Annahme des Flussgleichgewichts gerechtfertigt ist?

Angenommen bei einer Messung des Systems würde festgestellt, dass durchschnittlich 1 Auftrag pro Zeiteinheit das System verlässt, an der CPU im Mittel 1.5 Aufträge und an den Platten durchschnittlich 2 Aufträge zu finden sind. Wie groß ist die mittlere Verweilzeit eines Auftrags am Web Server?

Aufgabe 11

Da sich die Leistungsgrößen von M/M/1 Systemen einfacher als die Leistungsgrößen von M/M/1/W Systemen berechnen lassen, werden Systeme mit beschränkter Kapazität manchmal durch solche mit unbeschränkter Kapazität ersetzt. Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit der Fehler bei der Durchsatzberechnung kleiner als 10% ist, wenn ein M/M/1/W System durch ein M/M/1 System mit identischen Ankunfts- und Bedienzeit ersetzt wird?

Aufgabe 12

In der Realität treten sehr oft Situationen auf, bei denen sich ankommende Kunden von der Länge der Warteschlange abschrecken lassen und das System sofort wieder verlassen. Wir untersuchen ein M/M/1 System, welches dieses Verhalten beschreibt. Kunden kommen mit Rate λ im System an. Falls bei Ankunft n Kunden in der Warteschlange sind, so stellt sich der ankommende Auftrag mit Wahrscheinlichkeit $1/(n+1)$ am Ende an und verlässt mit Wahrscheinlichkeit $n/(n+1)$ das System sofort wieder. Die mittlere Bedienzeit im System sei μ^{-1}.

Für welches Werte von μ und λ erreicht das System stationäres Verhalten? Bestimmen sie für diesen Fall die stationären Wahrscheinlichkeiten für 0 und für $n > 0$ Kunden im System. Bestimmen sie ferner die mittlere Population und mittlere Verweilzeit. Wie hoch ist die Ankunftsrate von Kunden, die tatsächlich im System bleiben?