Modellgestützte Analyse und Optimierung

Peter Buchholz
Informatik IV
Praktische Informatik – Modellierung und Simulation

Koordinaten:

- Tel: 755 4746
- Email: peter.buchholz@udo.edu
- GB V R. 406a Sprechstunde Do. 10.00 –11.30 und n.V.
- URL: http://ls4-www.cs.uni-dortmund.de

Einordnung und Historie

- Wahlpflichtveranstaltung aus Katalog A für Studierende der Informatik & Angewandten Informatik
- Pflichtveranstaltung für Studierende der Datenwissenschaften (Master)
- Vorlesung aus dem Bereich der praktischen/angewandten Informatik
- Neu konzipierte Vorlesung mit Elementen aus den bisherigen Vorlesungen:
  - Modellierung und Simulation
  - Operations Research
  - und diverser Vertiefungsvorlesungen

Leistungsnachweise & Fachprüfungen

- Leistungsnachweis durch **aktive** Mitarbeit an den Übungen (falls notwendig plus zusätzliches Fachgespräch bei Benotung) theoretische und praktische Übungsteile sind wichtige und notwendige Ergänzungen der Vorlesung
  - nehmen Sie an den Übungen teil
  - arbeiten Sie dort aktiv mit
- Fachprüfungen sind mündlich
  1-2 Prüfungstage pro Monat, Termine werden ca. 2 Monate im Voraus vergeben (bisher keine Engpässe)
  Erste Termine SS06 Mitte/Ende August
  Terminvergabe im Sekretariat LS IV (GB V R 406)

Ziel der Vorlesung

Einsatz mathematischer Methoden zur Erklärung, Bewertung und Verbesserung von geplanten oder existierenden Systemen !

Was sind Systeme?

Definition später, hier nur einige Beispiele:

- Technische Anlagen jeder Art
  (Computer, Software, Kommunikationsnetze, Fertigungsstraßen, Verkehrssysteme, ..)
- Soziale Strukturen
  (Arbeitsabläufe, Interaktionen in Gruppen, ..)
- Physikalische Prozesse
  (Klima, Wetter, Ozeanströmungen, ..)
- Biologische Prozesse
  (Ausbreitung von Infektionen, Populationsprozesse, ...)

Verwandte Methoden

- Abbildung der Realität auf ein mathematisches Modelle (Modellierung)
- Analyse des erstellten Modells
  - Analytische Berechnung
  - Numerische Berechnung
  - Simulatives Vorgehen
- Bewertung der erzielten Resultate und Ableitung von Modifikationen zur Verbesserung des Verhaltens (Experimentieren, Optimieren)

Einordnung der Vorlesung

Informatikmethoden:
- Modellbildung
- Programmierung
- Algorithmik

Methoden anderer Disziplinen:
- Mathematik (numerische/diskrete)
- Statistik

Modellgestützte Analyse und Optimierung

Anwendungswissenschaften:
- Ingenieurwissenschaften
- Naturwissenschaften
- Wirtschafts- und Sozialwissenschaften

Gliederung der Vorlesung

1. Systeme und Modelle (2V)
2. Modellierung, Analyse und Simulation (16V)
   1. Modellierung und Simulation diskreter Systeme
   2. Analytische und numerische Analyse diskreter Systeme
   3. Modellierung und Simulation kontinuierlicher Systeme
3. Optimierung (8V)
   1. Lineare Optimierung
   2. Nichtlineare Optimierung
   3. Dynamische Optimierung
   4. Stochastische Optimierung
4. Zusammenfassung und Rückblick (1V)

Literatur

Es existiert kein Buch, welches die Vorlesung vollständig abdeckt!

Einzelne Kapitel der folgende Quellen umfassen jeweils Teile der Vorlesung:

- A. M. Law, W. D. Kelton: Simulation Modeling and Analysis. Prentice Hall 2000 (Vorlesungskap. 1, 2)
- J. Banks, J. S. Carson II, B. L. Nelson, D. M. Nicol. Discrete-Event System Simulation. Prentice Hall 2000 (Vorlesungskap. 1,2,3)
- F. E. Cellier: Continuous Modeling, Springer 1991. (Vorlesungskap. 1, 4)
- K. Neumann, M. Morlock: Operations Research, Hanser 2002. (Vorlesungskap. 5, 6, 7, 8)
- I. Gerdes, F. Klawonn, R. Kruse. Evolutionäre Algorithmen. Vieweg 2004. (Vorlesungskap. 9)

weitere Literaturhinweise und PDF Dateien der Folien unter:

http://ls4-www.cs.uni-dortmund.de/Lehre/06-041127.html

zusätzliche Literaturhinweise zu Beginn der einzelnen Kapitel und im Netz

Weiterführende Veranstaltungen

Informatik IV Veranstaltungen

Vorlesungen:

- Modellierung und Simulation diskreter und kontinuierlicher Systeme (WS)
- Kapazitätsplanung verteilter Systeme (WS)
- Parallele numerische Algorithmen (SS)
- Petri-Netze (SS)

\+ diverse Seminare und Projektgruppen

\+ diverse Veranstaltungen anderer Fachgebiete, die sich mit der Modellierung, Analyse und Optimierung beschäftigen

1. Systeme und Modelle

Gliederung

1.1 Systeme

1.2 Modelle

1.3 Analyse, Simulation und Optimierung

Literatur:

- Cellier 1991, Chapter 1
- Law/Kelton 2000, Chapter 1.2
- Diverse Originalarbeiten über Systemtheorie und Modellbildung

Ziele:

- Herausarbeiten eines allgemeinen Systembegriffs
- Definition des Begriffs Modell
- Kennen lernen unterschiedlicher Modelltypen
- Kennen lernen von Analysemethoden
- Beschreibung des Vorgehens bei der Simulation
- Einordnung von Optimierungsansätzen
- Vorstellung eines allgemeinen Vorgehens bei der Systemanalyse

1.1 Systeme

Was ist ein System?

- eines in irgend einer Weise von seiner Umwelt abgegrenztes Gebilde aus der realen Umwelt
- Menge in Beziehung stehender Teile
- ein Teil der Umwelt, das einen Zweck erfüllt

Erkenntnisse über Systeme aus obigen Aussagen:

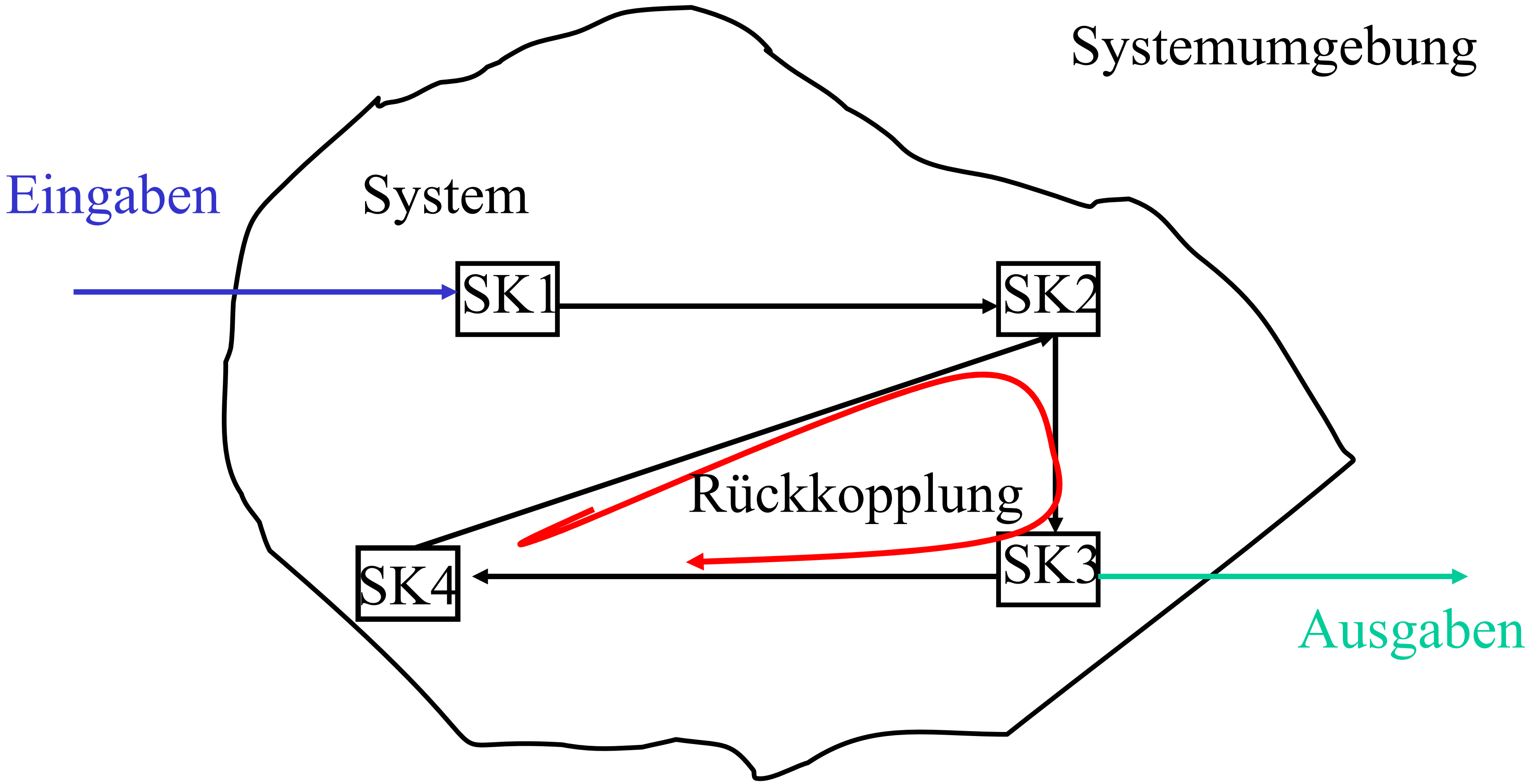
- sehr allgemeiner, nur vage definierter Begriff
- System ist das, was wir darunter verstehen

➢ **Struktur im Inneren**

➢ **Abgrenzung nach Außen**

➢ **Systemzweck als Existenzgrundlage**

System als Anzahl in Beziehung stehender Teile, die zu einem gemeinsamen Zweck interagieren!



(SK=Systemkomponente)

Beispiele für Systeme aus unterschiedlichen Anwendungsgebieten:

- Physik: Atom, Planeten
- Ingenieurwissenschaften: Maschine, Fabrik
- Biologie: Mensch, Insektenvolk
- Sozialwissenschaften: Familie, Staat
- Wirtschaftswissenschaften: Haushalt, Volkswirtschaft
- Informatik: Betriebssystem, Programm
- ....

Systematische Untersuchung komplexer Systeme ist Gegenstand der **Systemanalyse**
(= Gebiet über verschiedene Wissensgebiete einschl. Informatik)

Planer/Organisator von Systemen ist der **Systemanalytiker**

Systematischere Betrachtung von Systemen:

- Systeme bestehen aus **Komponenten**
  - Komponenten können wieder aus Komponenten bestehen (hierarchische Beziehung)
- Komponenten können **Eigenschaften** besitzen
  - Veränderliche Eigenschaften heißen **Zustandsvariablen**
  - **Wertebereiche** der Zustandsvariablen sind durch die jeweiligen Eigenschaften definiert
- **Zustand des Systems**: Menge aller Werte der Zustandsvariablen
- Zustandsfolgen beschreiben das **zeitliche Verhalten** des Systems (dessen Dynamik)
- **Komplexität** des Systems ergibt sich aus der Zahl der Komponenten und der Komplexität ihrer Interaktion

Letztendlich aber immer eine subjektive Betrachtung aus Sicht eines Beobachters durch (notwendige) **Abstraktion**!

Klassifikation von Systemen:

- **natürliche** und **künstliche** Systeme (Bsp. Biotop – Fabrik)
- **offene** und **geschlossene** Systeme
  - offene Systeme interagieren mit der Umgebung (z.B. Volkswirtschaft mit Import-/Export-Beziehungen)
  - geschlossene Systeme beinhalten alle relevanten Faktoren intern (z.B. Biosphere II in den USA)
  - offene Systeme können geschlossen werden durch Hinzunahme von Umgebungsteilen (z.B. Vereinigung verschiedener Volkswirtschaften zur Weltwirtschaft)
- **statische** oder **dynamische** Systeme
  - dynamische Systeme ändern ihren Zustand mit der Zeit (diskret oder kontinuierlich bzgl. Zustand und Zeitintervall)
  - statische Systeme erfahren keine Zustandsänderung über die Zeit

Uns interessiert ein System bzgl. einer bestimmten **Funktion** (dem **Systemzweck**)

Analyse der Funktionalität eines künstlichen oder natürlichen Systems

(künstliche Systeme werden i.d.R. zweckbestimmt entworfen)

Ziel der Systemanalyse =
Bereitstellung von Information über das Systemverhalten
als Basis der Entscheidungsfindung

Typische Fragestellungen:

- Wie groß/schnell/teuer/zuverlässig/gut ist ein System?
- Wird der Systemzweck korrekt erfüllt?
- Was geschieht mit dem System, wenn .....?
- Was ist zu ändern, damit ....?

Analyseziele bzgl. Korrektheit, Zuverlässigkeit, Leistungsfähigkeit und Kosten

Formalere Darstellung der Arbeitsweise der Systemanalyse:

Wertebereiche der Größen C, U und P: W_C, W_U und W_P

Funktion von S drückt sich durch Beziehungen zwischen C, U und P aus

- Funktion f: $W_C \times W_U \to W_P$ oder
- Relation $f \subset W_C \times W_U \times W_P$

Wesentliches Ziel:

- ➢ f in den Griff bekommen
- ➢ Einfluss von C und U auf P verstehen und nutzen

Betrachtung auf de vorherigen Folie suggeriert eine direkte Reaktion am Ausgang des Systems auf eine Eingabe

Besser: System hat eine Verhalten über die Zeit t

C(t), U(t) und P(t) Ein-/Ausgaben über die Zeit

P(t) hängt von C(t‘) und U(t‘) für t‘≤t ab

Durch die Definition C := C[0,t], U := U[0,t] und P := P(t)

können wir die Sichtweise der vorherigen Folie beibehalten!

Experimentieren mit Systemen

Für ein reales System S ist f durch S repräsentiert!

Um f zu verstehen/analysieren:

- muss S beobachtet werden
- muss der Einfluss unterschiedlicher Eingaben untersucht werden

- ➢ kontrollierbare Größen C sind beeinflussbar
- ➢ unkontrollierbare Größen können, müssen aber nicht beobachtbar sein
- ➢ Ausgabegrößen P sind beobachtbar
  (alle Beobachtungen u.U. mit eingeschränkter Genauigkeit)

$\Rightarrow$ Experimente mit S durchführen:

- Größen C einstellen
- Größen U und P beobachten (so gut/genau wie möglich)

dies alles möglichst systematisch geplant, um f zu verstehen

Beobachtung realer Phänomene ist nicht trivial, da

- viele Messungen mit Fehlern überlagert sind (Messungenauigkeiten, fehlende Auflösung, …)
- viele beobachtbare Größen aus der Überlagerung mehrerer Einflussfaktoren resultieren (z.B. Übertragungszeiten von Nachrichten im Internet)
- Größen nur indirekt beobachtet werden können (z.B. Atomzerfall)
- Beobachtungswerte stochastisch schwanken (z.B. Ankünfte an einem Bankschalter)
- Größen nur für einen Teil der Eingabeparameter beobachtet werden können (z.B. wenn Eingaben zu kritischen Situationen im System führen)

1.2 Modelle

Oft kann ein System S nicht empirisch analysiert werden, da

- zu teuer (z.B. komplexer Fertigungsprozess)
- zu aufwändig oder langsam (z.B. Planetenbewegungen)
- zu gefährlich (z.B. Sicherheitstechnik in einem Atomkraftwerk)
- zu ungenau (z.B. sehr schnelle Vorgänge wie Atomzerfall)
- oder prinzipiell unmöglich, da S nicht, noch nicht oder nicht mehr existiert

Alternative zur Beobachtung von S ist die Beobachtung eines Ersatzsystems S´, wobei

- ➢ S´ „einfacher“ als S zu beobachten ist
- ➢ S´ das Verhalten von S bzgl. des Untersuchungsziels repräsentiert (also f nachbildet!)

Ersatzsystem S‘ für ein System S bzgl. eines Analyseziels nennt man ein **Modell**

Es existieren mehrere Definitionen, hier nur zwei Beispiele:

Definition (nach Niemeyer)
Modelle sind materielle oder immaterielle Systeme, die andere Systeme so darstellen, dass eine experimentelle Manipulation der abgebildeten Strukturen und Zustände möglich ist.

Definition (nach Cellier)
Ein Modell M für ein System S und ein Experiment E ist ein System S‘, auf das E angewendet werden kann und Aussagen über die Anwendung von E auf S erlaubt.

Anforderungen an Modelle

1. um Ergebnisse vom Modell auf das Originalsystem zu übertragen, ist eine ausreichend genaue Abbildung bzgl. der relevanten Merkmale notwendig
2. um Modelle handhabbar zu halten, müssen Details weggelassen werden (Abstraktion oder Idealisierung)

Probleme:

- Zielkonflikt zwischen 1. und 2.
- Relevante Merkmale oft nicht bekannt
- Auswirkungen von Idealisierungen nicht klar

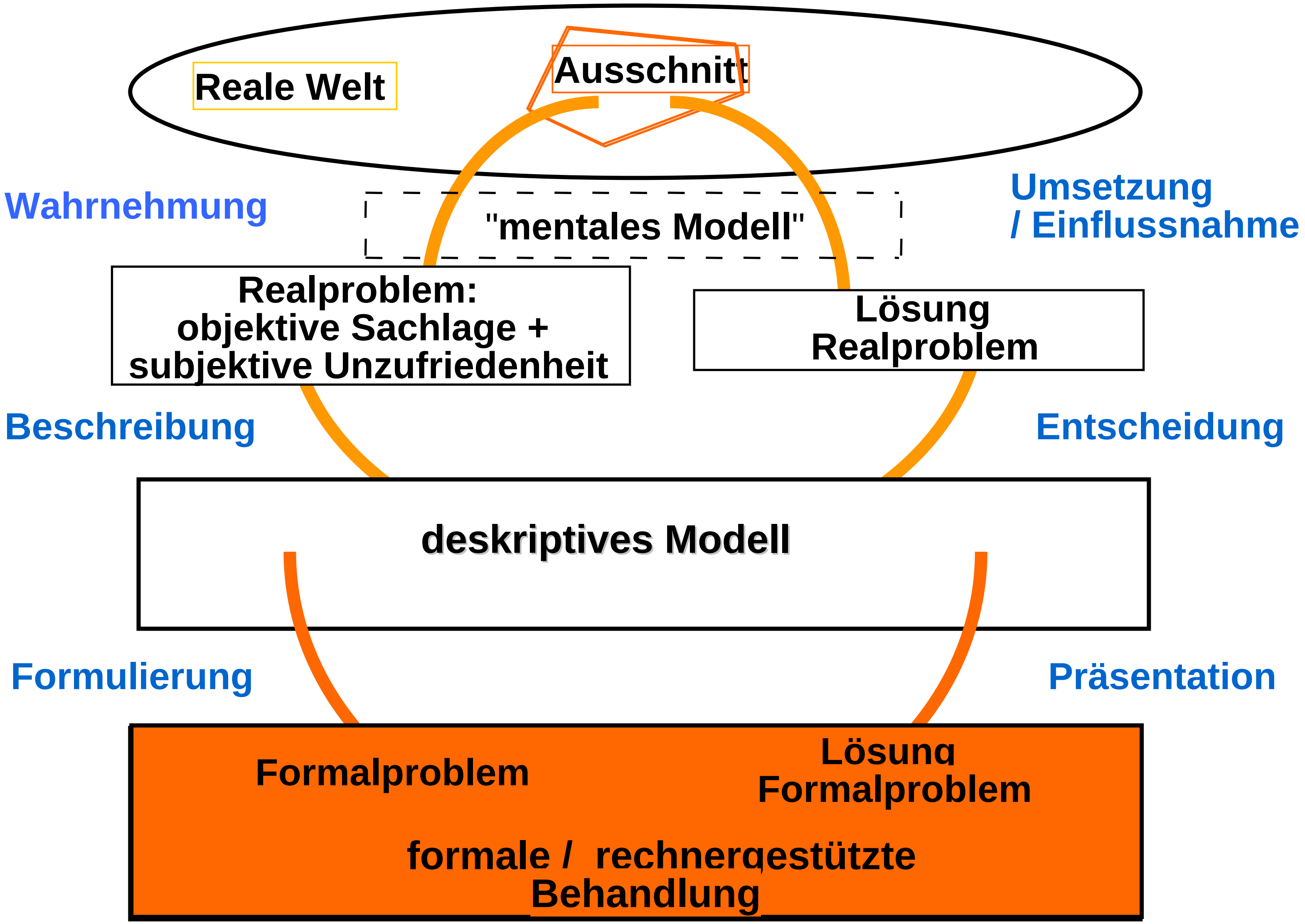
Klassifikation von Modellen:

- mental (Gedankenmodell)
- verbal (umgangssprachliche Beschreibung)
- grafisch (Foto, Flussdiagramm)
- materiell (Spielzeugauto)
- formal (Darstellung durch mathematisch-logische Verknüpfung von Symbolen)

Wir betrachten **formale/symbolische** Modelle

- die sich in einem formalen System nach festgelegten Regeln beschreiben lassen (formales System i.d.R. Mathematik)
- die sich mittels einer Programmiersprache in ein auf einem Computer analysierbares Modell transformieren lassen

Vorgehen bei der Modellierung und Analyse



Klassifikation formaler Modelle:

- statisch (keine Zustandsänderung mit der Zeit)
- dynamisch (zeitliche Änderung des Modellzustands)

- deterministisch (eindeutige Reaktion auf Eingaben)
- stochastisch (Reaktion auf Eingaben unterliegt Zufallseinflüssen)

- kontinuierlich
  - Zustandsvariablen ändern sich kontinuierlich
- diskret
  - Zustandsvariablen ändern sich nur zu diskreten Zeitpunkten
- hybride Modelle mit diskreten und kontinuierlichen Elementen

Wir verwenden:

- in den Kapiteln 2-4
  dynamische Modelle
  - diskret und stochastisch
  - kontinuierlich und deterministisch

  Analyse schwierig/aufwändig

  Optimierung hier nur ansatzweise untersucht

- in Kapitel 5-9
  statische Modelle
  - linear
  - nichtlinear

  Analyse auf einem Rechner relativ schnell ausführbar

  Optimierung schwierig
- Optimierung der Modelle aus Kapitel 2 in der Vorl. im WS

Modellerstellung:

Zentrale Entscheidung bei der Modellbildung:

Was wird im Modell berücksichtigt?

Im Prinzip kann fast jedes Detail berücksichtigt werden, aber zusätzliche Details erhöhen den Aufwand der Modellerstellung

- machen Modelle unübersichtlicher
- erfordern detailliertere Eingabedaten
- erhöhen den Analyseaufwand

Ziel ist es

- wesentliche von unwesentlichen Faktoren zu unterschieden
- mögliche Vereinfachungen zu erkennen,

um zu

- einfach verständlichen
- leicht analysierbaren und
- bzgl. der Zielsetzung genügend wirklichkeitsgetreuen

Modellen zu gelangen

Modellerstellung wird beeinflusst, von

1. der Zielsetzung der Modellierung
2. den Kenntnissen über das System
3. den Möglichkeiten der Parametermessung oder –schätzung
4. den verfügbaren Modellierungsformalismen
5. dem vertretbaren Aufwand

Modellerstellung als Kunst oder Technik?

Heute praktisch immer noch in weiten Teilen im „Kunst“-Zustand!

Aber Unterstützung durch

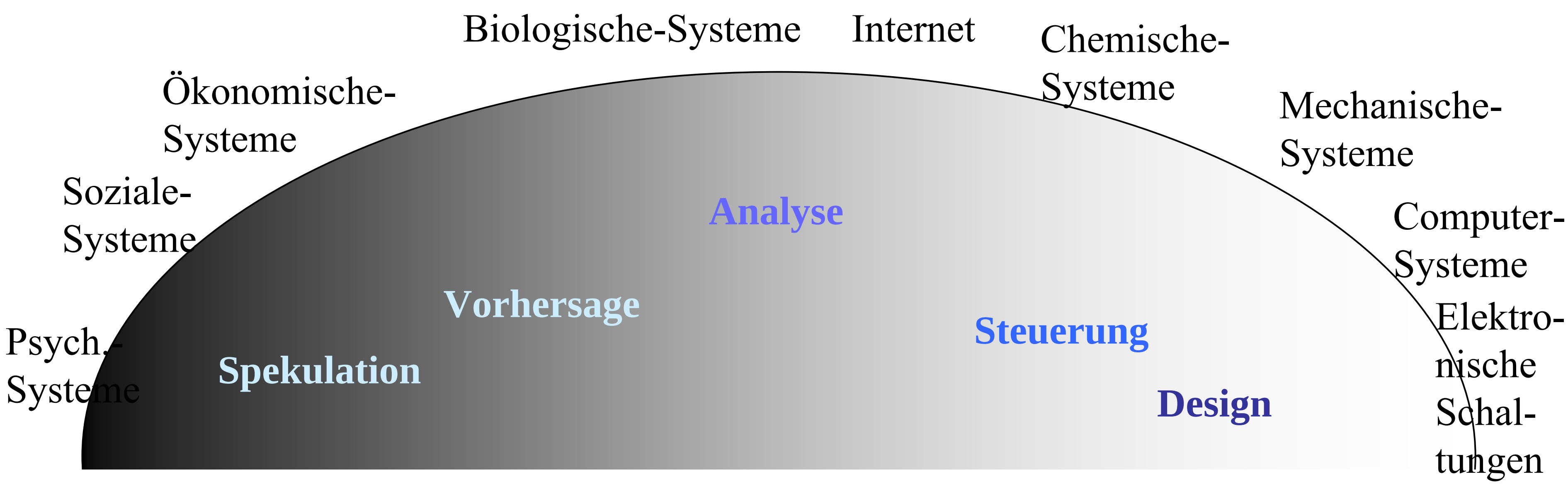
- Modellierungskenntnisse oder Richtlinien
- Softwareumgebungen und -werkzeuge

Zielgerichtete Modellerstellung:

- Erklärungsmodell
  Abbildung des Ist-Zustandes
  (Erklärung, Visualisierung dynamischer Abläufe (oft nur qualitativ), Bewertung des Verhaltens (i.d.R. quantitativ))
- Prognosemodelle
  Abbildung der Zukunft
  (Erklärung zukünftigen Verhaltens)
- Gestaltungsmodell
  Experimentumgebung für ein System
  (Untersuchung von Alternativen)
- Optimierungsmodell
  Suche nach optimaler Konfiguration/Steuerung
  (Kombination mit Optimierungsmethoden)

Zielsetzung beeinflusst den Modelltyp!

Ansätze zur Modellbildung: Regenbogen von Karplus



<u>Black-Box-Sichtweise</u>:

- Modellbildung auf Basis des beobachteten Verhaltens am Ausgang (in Abhängigkeit vom Eingang)
- induktives Vorgehen bei der Modellierung (Herleitung des Allgemeinen aus Einzelfällen)

<u>White-Box-Sichtweise</u>:

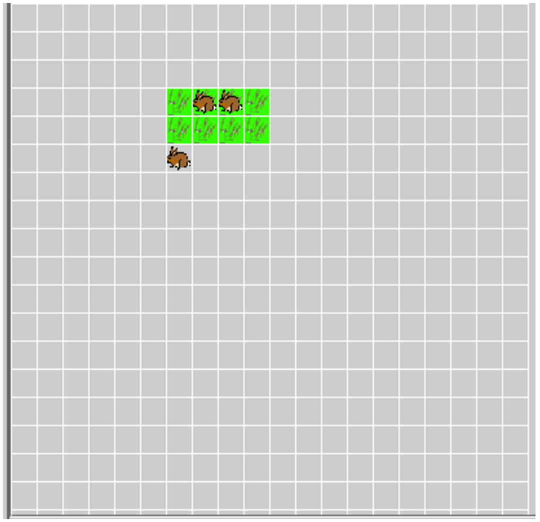
- Modellbildung auf Basis der Systemstruktur
- deduktives Vorgehen bei der Modellierung (Herleitung des Einzelfalls aus dem Allgemeinen)

Wichtige Unterteilung im Bereich dynamischer Modelle:

diskret:		kontinuierlich:
zeitdiskret	**ereignisdiskret**	
• Werte der Zustandvariablen ändern sich alle Δ Zeiteinheiten • atomare Änderung des Zustands in Abhängigkeit vom bisherigen Zustand • deterministisches oder stochastisches Verhalten	• Werte der Zustandvariablen ändern sich durch das Eintreten eines Ereignisses • atomare Änderung des Zustands in Abhängigkeit vom bisherigen Zustand u. U. inkl. Verweilzeit dort • deterministisches oder stochastisches Verhalten bzgl. Nachfolgezustand und Verweilzeit	• Werte der Zustandvariablen ändern sich kontinuierlich u.U. auch Sprungfunktionen enthalten • Zustandsänderungen in Abhängigkeit vom aktuellen Zustand • deterministisches Verhalten

Beispiel: Regelbasierte Modellierung

„Modellwelt“ ist ein Gitter von Zellen



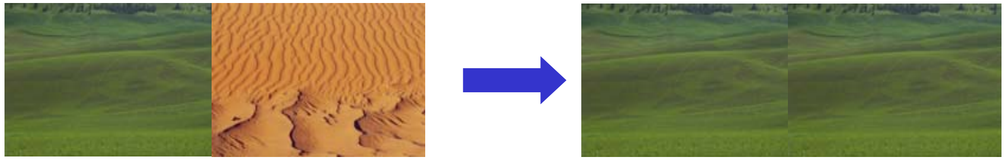
Beispiel: Modellierung von Kaninchen auf einer Wiese

Jede Zelle kann entweder

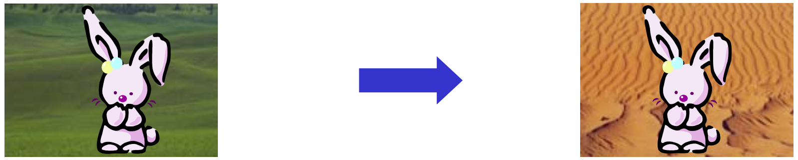
- leer sein
- mit Gras bewachsen sein
- ein Kaninchen beinhalten
- ein Kaninchen beinhalten und bewachsen sein

- Dynamik durch schrittweise Anwendung von Regel zur Zustandsänderung
- Hier: In Abhängigkeit vom Zustand einer Zelle und einer Nachbarzelle neuer Zustand für Zelle und Nachbarzelle
- Modellwelt ist begrenzt keine Einflüsse von und nach außen

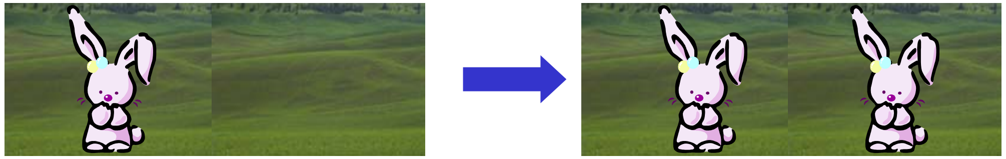
Regeln zur Herstellung der Dynamik



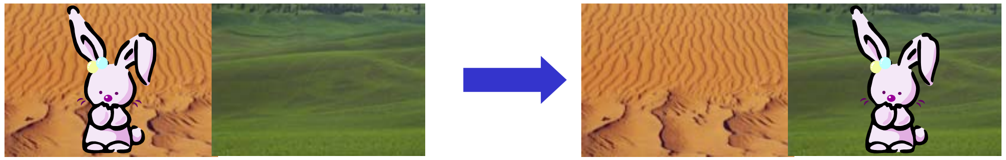
Gras wächst



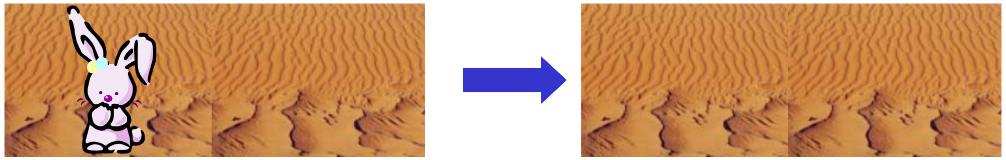
Kaninchen frisst Gras



Kaninchen vermehren sich



Kaninchen wandern zum Gras



Kaninchen sterben/verhungern

Genaue Regelanwendung ist noch festzulegen: nacheinander, zufällig etc.

Beobachtungen:

- Oszillierende Population von Kaninchen und Gras
  - viel Gras, wenig Kaninchen: Kaninchen vermehren sich und fressen mehr Gras
  - viele Kaninchen, wenig Gras: Kaninchen sterben, Gras kann wachsen
- Detaillierter Ablauf dynamisch und nur per Simulation analysierbar

System ist eine starke Vereinfachung der Realität, aber Oszillation ist auch in der Natur beobachtbar!

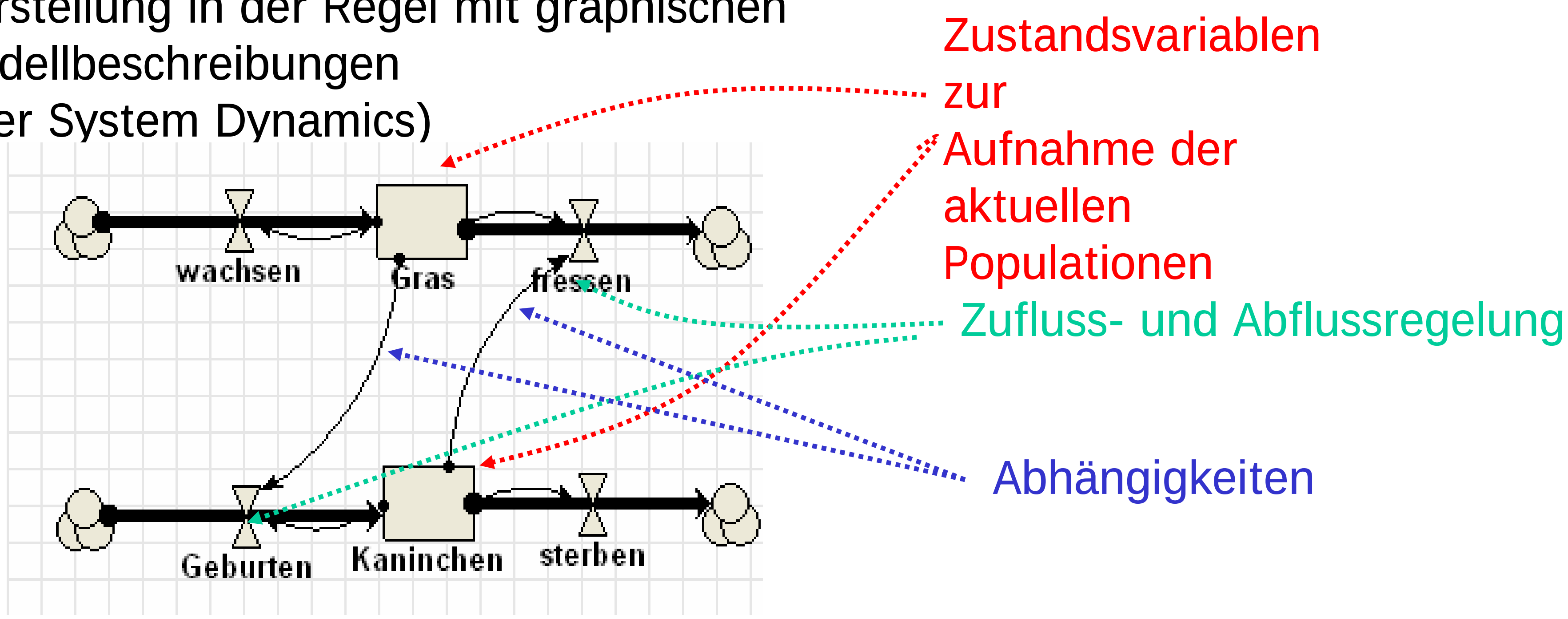
Modell kann erweitert und verfeinert werden

- durch zusätzliche Spezies
- durch komplexere Regeln

Aber Beschreibung aufwändig, sehr detailliert, kaum geeignet für große Populationen!!

Alternative und abstraktere Modellierung des Problems durch Weglassen der räumlichen Verteilung der Spezies

Darstellung in der Regel mit graphischen Modellbeschreibungen (hier System Dynamics)



graphische Beschreibung + Parametrisierung ⇒ vollständige Modellspezifikation

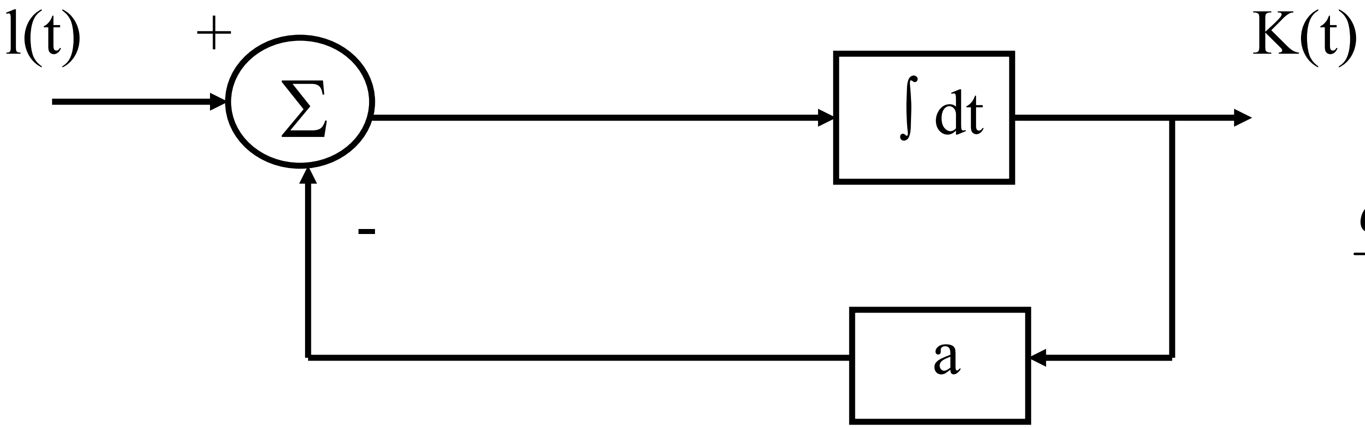
Unterliegendes mathematisches Modell:
- Differentialgleichungen
- Differenzengleichungen

Beschreibung des mathematischen Modells, das durch die Graphik spezifiziert wird:

- x_K und x_G ist die Anzahl Kaninchen und die Menge an Gras zu einem Zeitpunkt t
(hier als reellwertige Variablen, d.h. Approximation der diskreten Kaninchenpopulation)
- Änderung der Variablenwerte
$\dot{x}_K = -a \cdot x_K + k \cdot b \cdot x_K \cdot x_G$ und $\dot{x}_G = c \cdot x_G - b \cdot x_K \cdot x_G$
mit $a,b,c > 0$ und $0 < b < 1$
($\dot{x}_K$ wird üblicherweise für dx/dt verwendet)
- Qualitative wird ein ähnliches Verhalten wie beim diskreten Modell beobachtet

Modelltypen: Kontinuierliche Systeme

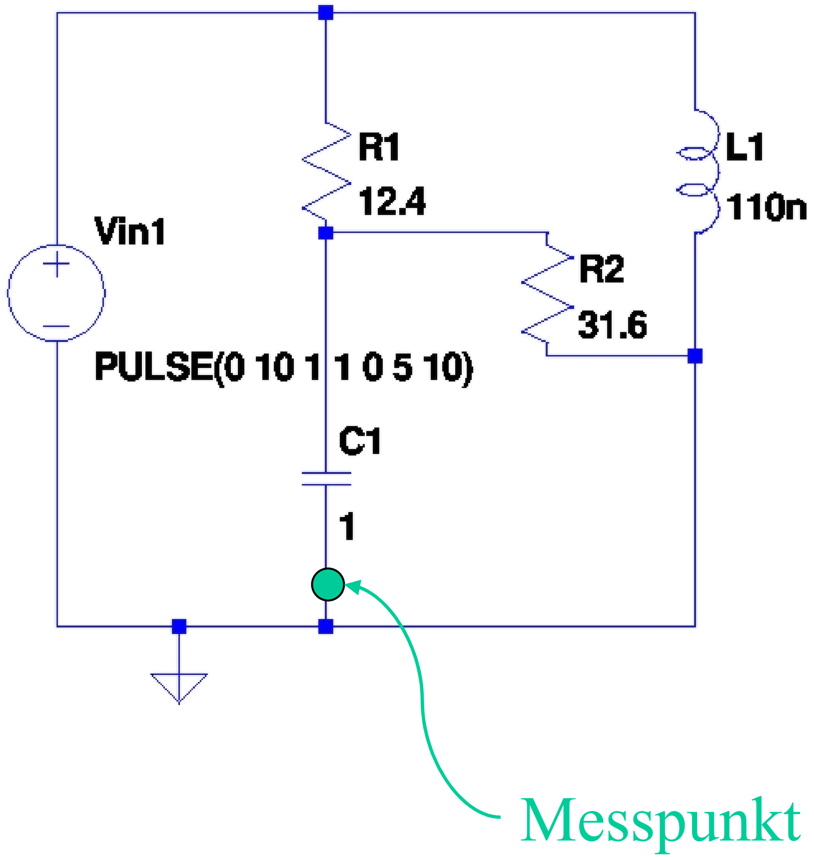
Blockorientierte Darstellung mathematischer Funktionen

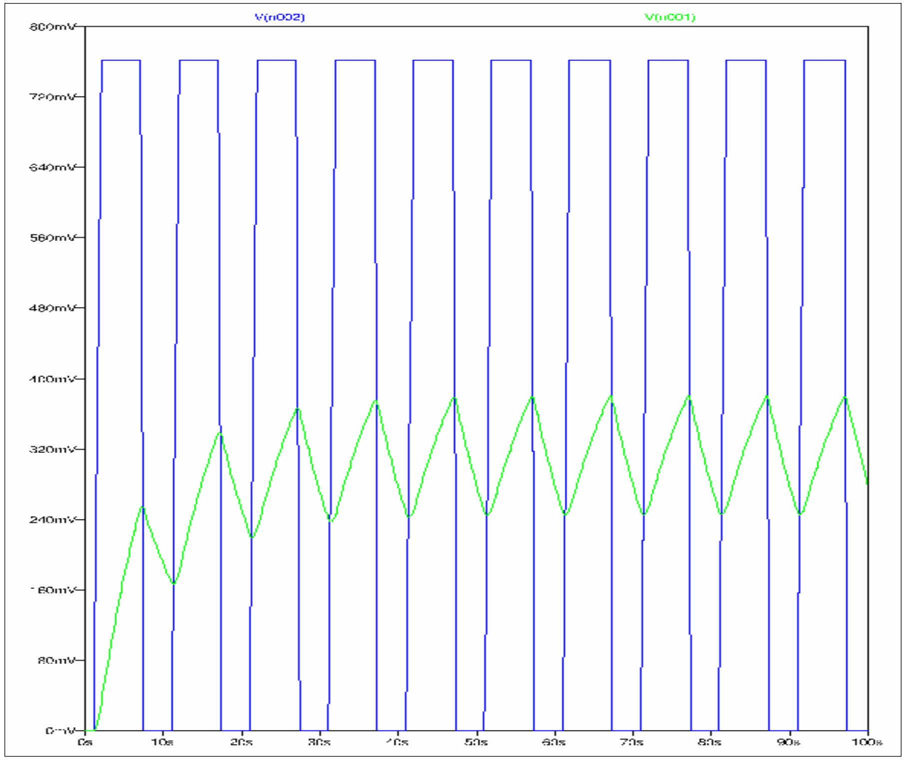


$$\frac{dK}{dt} = l(t) - aK(t)$$

- Graphische Spezifikation von Wirkungszusammenhängen und mathematischen Zusammenhängen
- Unterschiedliche Ansätze existierten, viele sind anwendungsspezifisch
- wenige allgemein verwendbare oder standardisierte Beschreibungsformen

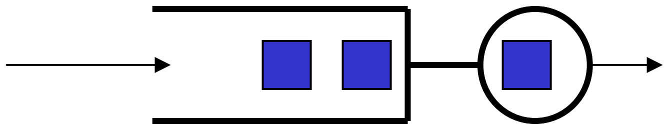
Beispiel kontinuierliches System: elektronische Schaltung

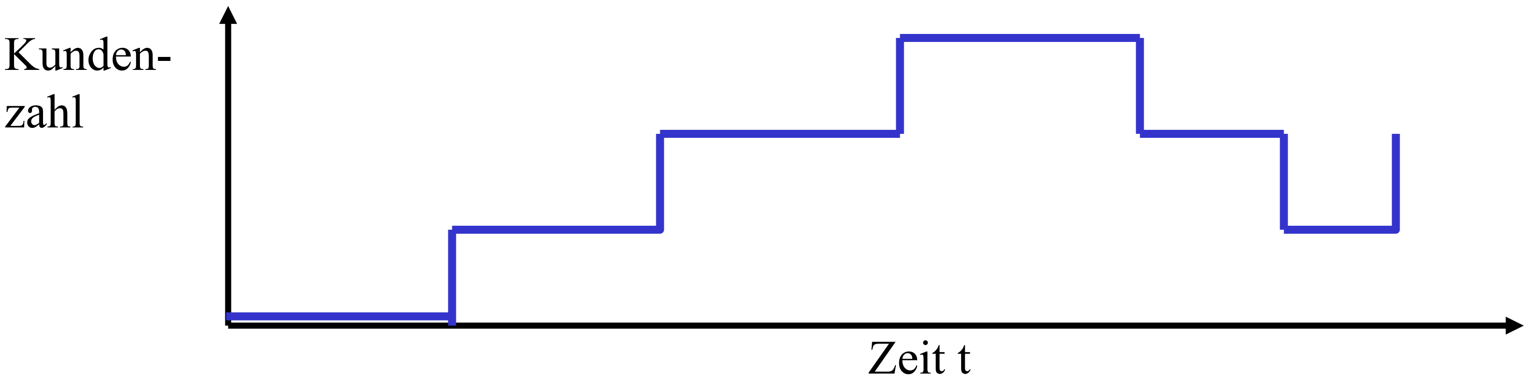




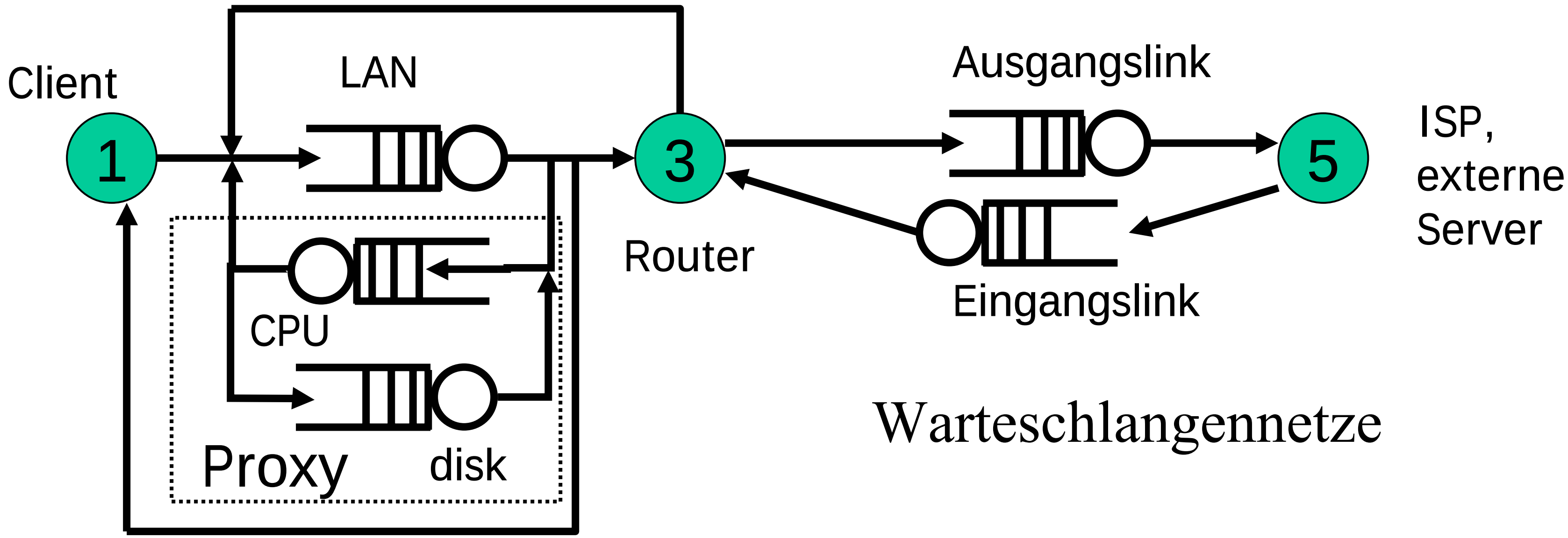
Beispiel ereignisdiskretes Modell: Bediensystem

- Objekte
  - Kunden, Bedieneinrichtung, Warteschlange
- Attribute
  - Ankunftszeiten, Bedienzeiten, Kundenzahl
- Attributsänderungen
  - bei Ankunft: Bediener belegen, Kundenzahl + 1
  - bei Bedienende: nächster Kunde, Kundezahl - 1





Modelltypen: Diskrete Systeme



Warteschlangennetze

Aufträge verlangen Bedienung an Stationen

- Bedienwünsche und Routen der Aufträge durch Zufallsvariablen beschrieben
- Verteilung der Bedienkapazität durch Schedulingstrategie beschrieben
- Aufträge mit (statistisch) identischem Verhalten werden in Klassen zusammengefasst

Modelltypen: Diskrete Systeme

Viele Ansätze basieren auf erweiterten Warteschlangennetzen

Sichtweise i.d.R.:
- Belegung von Ressourcen in Konkurrenz mit Anderen
- Verhalten unterliegt Zufallseinflüssen

Typische Erweiterungen des Standardparadigmas:
- Simultane Belegung von Ressourcen
- Synchronisationsmechanismen
- Hierarchische Modelle
- Anwendungsspezifische graphische Darstellung

Alternative Ansätze auf Basis von
- Flussdiagrammen
- Petri-Netzen

Modelltypen: Programmiersprachliche Formen

Zur Formulierung dynamischer Modelle in Programmiersprachen, muss entsprechende Unterstützung vorhanden sein

Simulationssprachen für diskrete Systeme

- Darstellung des zeitlichen Ablaufs
- Unterstützung bei Ereignisverwaltung
- Unterstützung bei Realisierung von Zufallseinflüssen
- Unterstützung bei Systembeobachtung und Auswertung

Beispiele: GPSS, Simula, Simscript, ... (später mehr)

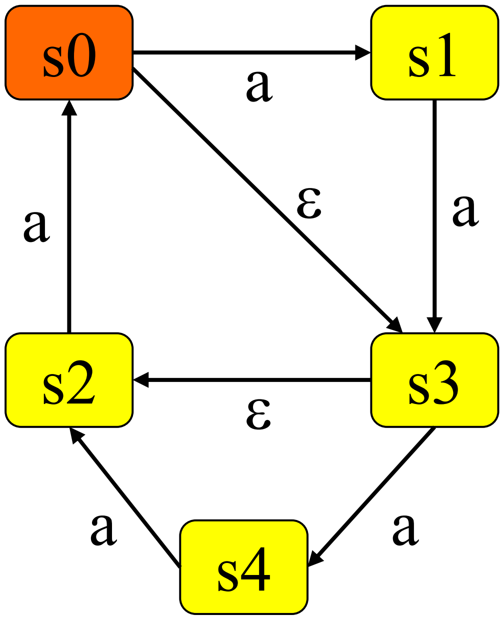
Simulationssprachen für kontinuierliche Systeme

- Formulierung mathematischer Zusammenhänge
- Analyse von Differentialgleichungen

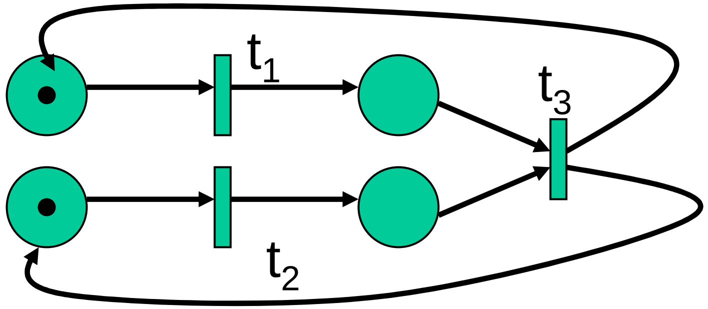
Beispiele: Mathematica, Matlab, Octave, Scilab, ...

Modelltypen: funktionale Beschreibung

Automatenmodelle



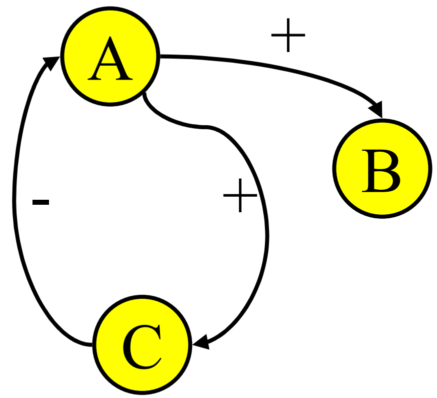
Petri-Netze



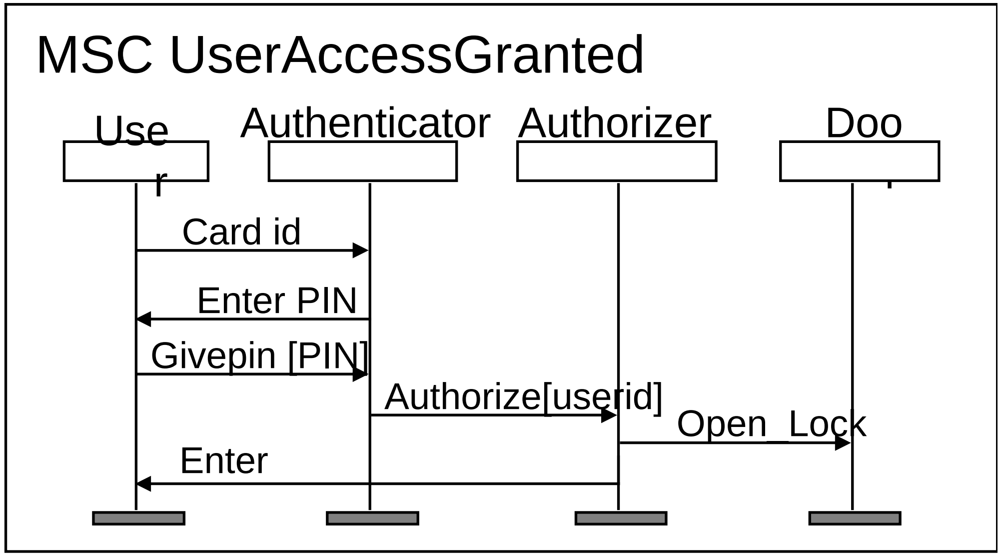
- In beiden Fällen formale mathematische Definition und grafische Darstellung
- In beiden Fällen existieren vielfältige Erweiterungen inkl. Einbeziehung von Zeiten

Modelltypen: semi-formale Modelle

Wirkungsgraphen:



Message Sequence Charts



Nur qualitative Information:

z.B. A größer ⇒ C größer

C größer ⇒ A kleiner

keine Information über mathematische Relation

Exemplarische Beschreibung des Nachrichtenaustauschs

- keine Aussagen über alle möglichen Abläufe
- keine Quantifizierung

Modelltypen für dynamische Systeme: mathematische Modelle

funktionale Beschreibung

(temporale) Logiken

bewertete Transitionssysteme

stochastisches Verhalten

Markov Prozesse

Stochastische Prozesse

deterministisches Verhalten

(lineare/nichtlineare) Gleichungssysteme

Differenzengleichungen

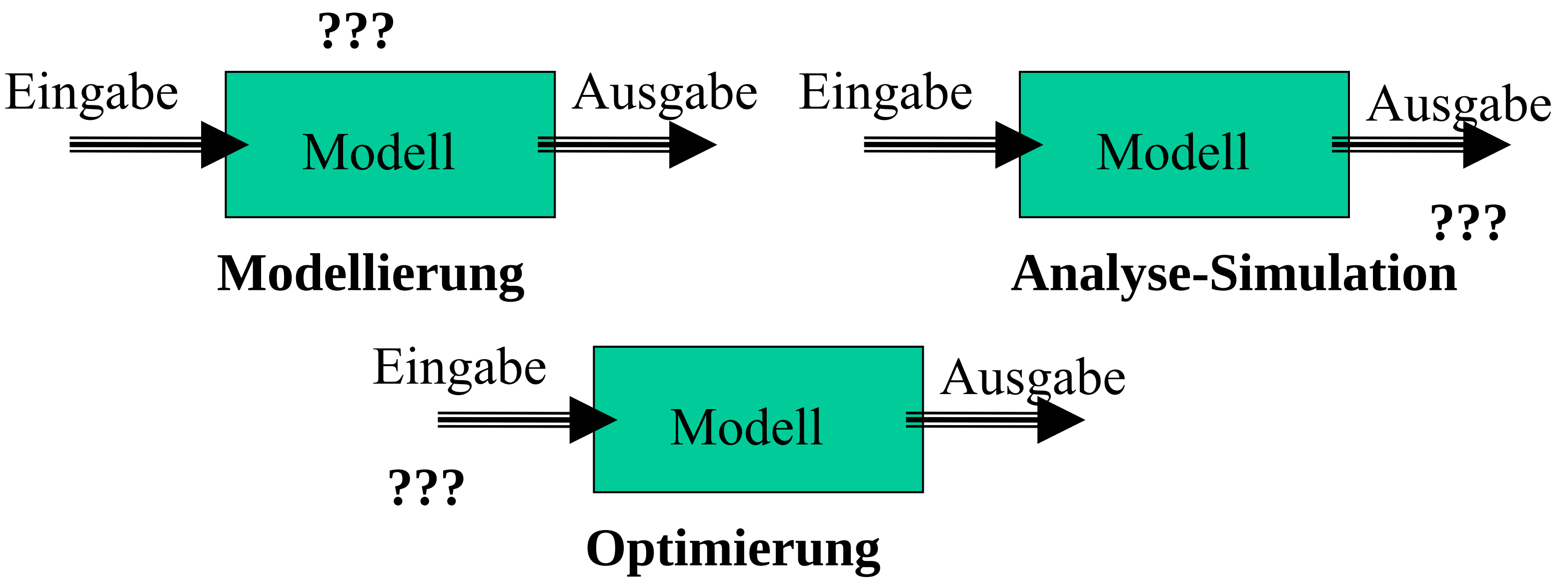
(lineare/nichtlineare) Differentialgleichungen

Zusammenfassende Bemerkungen zur Modellierung:

- Modelle werden immer zielgerichtet erstellt
- unterschiedliche Ziele erfordern in der Regel unterschiedliche Modelle
- jedes Modell enthält Vereinfachungen und Abstraktionen und ist damit mehr oder weniger valide
- Validität muss systematisch überprüft werden
- das richtige Modell existiert nicht, es gibt nur adäquate Modelle
- ein adäquates Modell erfordert adäquate Parameterwerte
- falls möglich deduktiv und nicht induktiv modellieren
- wähle das einfachste adäquate Modell

1.3 Analyse, Simulation und Optimierung

- Bisher untersucht Beschreibung eines (realen oder geplanten) Systems durch ein formales Modell
- Nun Analyse des Modells zur Gewinnung von Resultaten und damit letztendlich von Aussagen über das System
- Daraus resultierende Änderungen des Systems zur besseren Aufgabenerfüllung



Klassifikation symbolischer Modelle nach Lösbarkeit

- **Ideal**: *f* liegt als geschlossene, explizite Formel vor
  - Beurteilung, Veränderung, Optimierung prinzipiell per Hand möglich (**analytisches Vorgehen**)
    Beispiel: Ohmsches Gesetz R = U / I (Ω = V / A)
- **Nächstbest**.: *f* liegt als implizite Formel vor
  - Beurteilung, Veränderung, Optimierung durch systematisches Abtasten von *f* für verschiedene Werte von C und U (**numerisches Vorgehen**)
    Beispiel: Integral $F(x) = \frac{1}{(2\pi)^n \det V} \int_{-\infty}^{b_1} \ldots \int_{-\infty}^{b_n} \exp(-\frac{1}{2} x^T V^{-1} x) dx_1 \ldots dx_n$
- **Schwierig**: Für *f* ist nur eine Menge von Zusammenhängen, Abhängigkeiten bekannt
  - Beurteilung, Veränderung, Optimierung durch schrittweises Durchspielen der Abhängigkeiten (**simulatives Vorgehen**)
    Beispiel: Beschreibung einer Ampelkreuzung

Analytisches Vorgehen:

Vom Standpunkt der Lösung anzustreben, da

- explizite Berechnung der Lösung möglich und
- damit Lösungen über einem Parameterraum charakterisierbar sind

aber

- analytisch analysierbare Modelle erfordern oftmals starke Vereinfachungen
- Modelle sind nicht adäquat für die Zielsetzung (wähle das einfachste adäquate Modell!)

➢ für die Systemanalyse muss oft/meistens auf simulative Modelle zurückgegriffen werden

Simulatives Vorgehen:
Im Gegensatz zum analytischen Vorgehen kann *f* nur noch punktweise abgetastet werden

Definitionen des Begriffs **Simulation**:

- Durchführung von Experimenten an einem Model, das anstelle des Originalsystems tritt. (Krüger)
- Nachbildung eines dynamischen Prozesses in einem Modell, um zu Erkenntnissen zu gelangen, die auf die Wirklichkeit übertragbar sind. (VDI Richtlinie)
- Prozess der Modellbeschreibung eines realen Systems und anschließendes Experimentieren mit diesem Modell mit der Absicht, entweder das Systemverhalten zu verstehen oder verschiedene Strategien für Systemoperationen zu gewinnen. (Shannon)

Vorteile simulativer Modelle gegenüber analytischen Modellen:

- Realitätsnahe Modellierung
  - beliebige Verteilungsannahmen
  - Synchronisationsstrukturen
  - Abhängigkeiten
- Verbindung mit realen Abläufen
  - tracegesteuerte Simulation
  - hardware-in-the-loop Simulation
  - men-in-the-loop Simulation
  - Echzeitsimulation zur Prozesssteuerung
- Detaillierte Nachbildung des dynamischen Verhalten evtl. inkl. Animation

Nachteile simulativer Modelle gegenüber analytischen Modellen:

- hoher Erstellungsaufwand
- hoher Datenbedarf bei detaillierter Modellierung
- Oft geringes Modellverständnis
- hoher Validierungsaufwand
- hoher Bedarf an Rechenzeit
- kein Zwang zur Abstraktion
- notwendige Ergebnisinterpretation auf Grund von
  - statistischen Schwankungen
  - numerischen Ungenauigkeiten
- keine Strukturinformation verfügbar, die zur Optimierung nutzbar ist

Optimierung von Systemen:

Bei Planung, Erstellung und Betrieb von Systemen gibt es oft Entscheidungsalternativen

- ➢ je nach Entscheidung ändern sich die Resultate
- ➢ Entscheidungen treffen, so dass möglichst gute (optimale) Resultate erzielt werden

Obige Formulierung erlaubt beliebige Änderungen am System

$\Rightarrow$ Finden des besten Systems für die Lösung eines Problems (i.d.R. unlösbar)

$\Rightarrow$ eingeschränkte Problemstellung

System vorgegeben

$\Rightarrow$ finde kontrollierbare Eingaben C, so dass Ausgaben P optimal (je nach Definition von C erlaubt die Sichtweise auch Strukturänderungen am Modell)

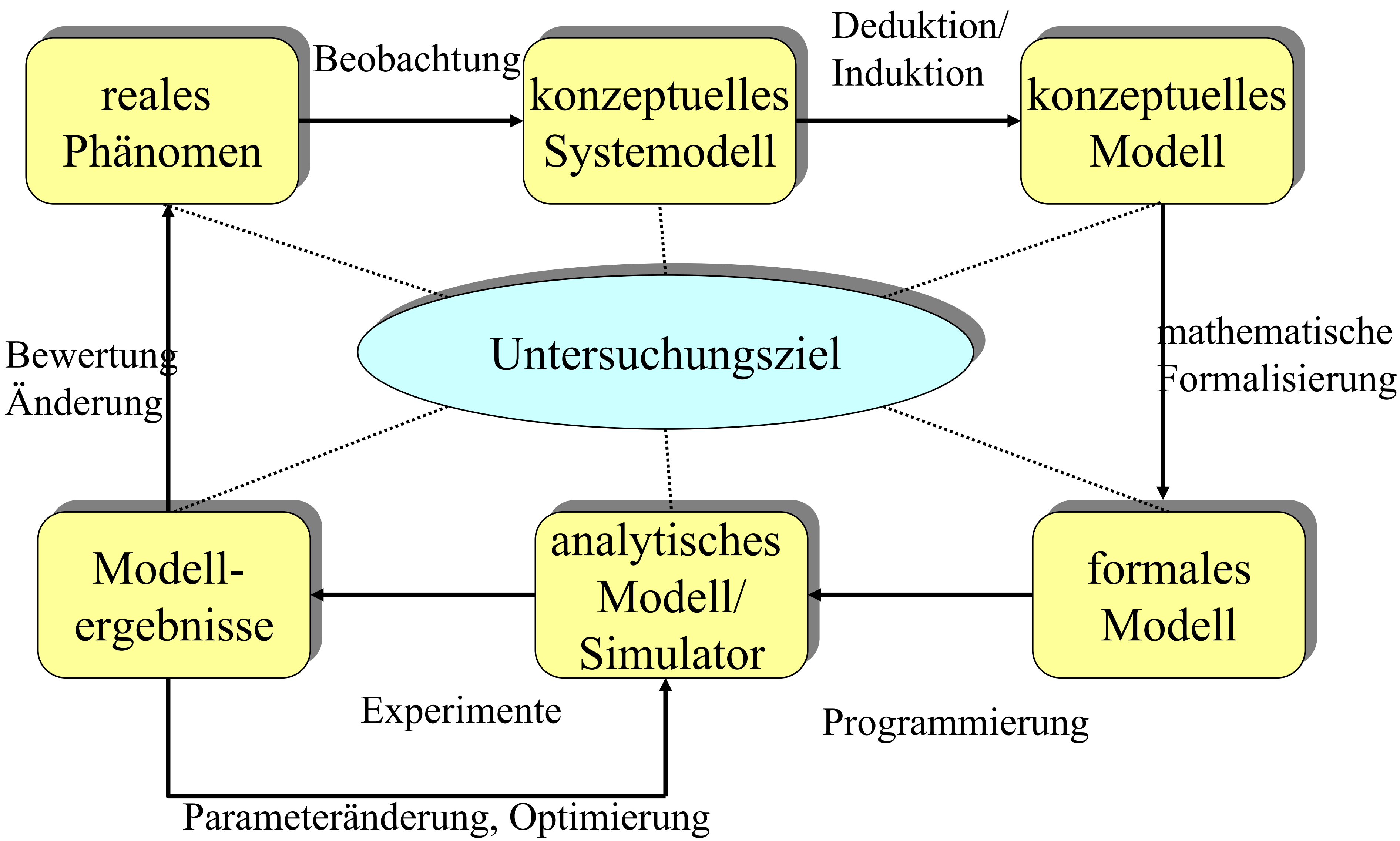
Optimierung von Systemen:

Angewendete Methoden von konkreter Problemstellung abhängig

Faktoren, die eine Optimierung erschweren:

- *f* liegt nicht explizit vor und kann nur punktweise abgetastet werden
    - Ableitungen von *f* können, wenn überhaupt, nur numerischer ermittelte werden
- *f* hängt von U (z.B. in Form von Zufallseinflüssen) ab
    - P ändert sich bei festem C durch unterschiedliche U
    - Optimalität muss über alle möglichen Werte von U und deren Auftretenswahrscheinlichkeit definiert werden
- Werte von C sind nicht frei wählbar, sondern müssen (Neben-) Bedingungen erfüllen
- P enthält mehrere Werte und das Optimum kann nicht als Ergebnis einer skalaren Funktion über P definiert werden

Übersicht über das Vorgehen:



Zusätzlich in allen Schritten **Validierung**:

Inwieweit das Modell das Verhalten des Systems bzgl. des Untersuchungsziels adäquat wiedergibt ist streng mathematisch nicht beweisbar

Validität kann nur graduell festgelegt werden auf Basis von

- Strukturgültigkeit
  (System und Modell sind strukturell äquivalent)
- Verhaltensgültigkeit
  (Äquivalentes Verhalten für relevante Anfangsbedingungen und äußere Einwirkungen)
- empirischer Gültigkeit
  (Äquivalenz zwischen empirischen Daten des realen Systems und relevantem Modellverhalten)
- Anwendungsgültigkeit
  (Nachweis, dass die Modellbildung der Zielsetzung entspricht)

Validierung muss modellierungsbegeleitend erfolgen!