

Kapitel 1

Systeme und Modelle

Bevor wir uns mit der Modellierung, Analyse und Optimierung beschäftigen, sollen die grundlegenden Begriffe definiert werden und an Hand von Beispielen die Konzepte erläutert werden. Die Inhalte dieses Kapitel beruhen auf den Einführungskapitel der Lehrbücher [8, Kap. 1.2], und [5, Kap. 1] sowie der Vorlesung [3]. Ergänzt werden diese Quellen durch einige Originalartikel, die im Text genannt werden.

1.1 Systeme

Der Begriff des Systems ist sehr schillernd und nur schwer fassbar. In Buch von Cellier [5] wird die folgende Definition gegeben: *“Ein System ist das, was als System erkannt wird”*. Dies hört sich erst einmal nicht wie eine übliche Definition an, trifft aber durchaus das, was sehr allgemein unter einem System verstanden wird. Also kann ein System im Prinzip alles sein. Andererseits bedeutet das Erkennen eines Systems aber auch, dass das System in irgend einer Weise von seiner Umwelt abgegrenzt ist bzw. abgrenzbar ist. Damit gibt es für jedes System ein “Innen” und ein “Außen”. Im Inneren können weiteren Strukturen erkannt werden, um das System zu verstehen und zu beschreiben. Da wir als Menschen zweckorientiert und zweckbestimmt handeln, existiert ein System unter einem bestimmten Systemzweck. Insgesamt bleibt der Begriff des Systems damit immer noch vage, die folgenden Aspekte können aber als zentral angesehen werden:

- Struktur im Inneren
- Abgrenzung nach Außen
- Systemzweck als Existenzgrundlage

Wenn wir etwas weitergehen und die interne Struktur des Systems und seine Beziehung zur Umwelt mit einbeziehen, so kann man ein System als eine Anzahl in Beziehung stehender Teile ansehen, die zu einem gemeinsamen Zweck interagieren. Diese Darstellung wird in Abbildung 1.1 deutlich. Das System besteht im Inneren aus einer Menge interagierender Komponenten. Interaktionen werden durch Pfeile angedeutet. Falls ein Zyklus aus Interaktionsbeziehungen existiert, so spricht man auch von einer Rückkopplung. Darüber hinaus gibt es eine Systemgrenze, die das System von der Umwelt abgrenzt. Zwischen System und Umwelt finden eine Interaktion in Form von Ein- und Ausgaben statt, die jeweils Einfluss auf Komponenten im Inneren des Systems haben. Ein- und Ausgaben können dabei natürlich mehr als eine Systemkomponente beeinflussen.

Aus der bisherigen Definition folgt natürlich, dass fast alles aus der realen Umwelt als System aufgefasst werden kann. Dies ist sogar gewünscht, um einen möglichst allgemeinen Begriff zu bekommen. Wenn wir Beispiele betrachten, so wäre in der Physik unser gesamtes Universum ein System, wobei wir bei diesem Beispiel je nach Lebensauffassung Probleme mit der Definition der Umgebung bekommen. Es ist aber genauso ein Planet oder ein Atom ein System. In der Biologie ist ein Mensch genauso ein System, wie etwa ein Insektenvolk oder eine einzelne Zelle. Wenn wir

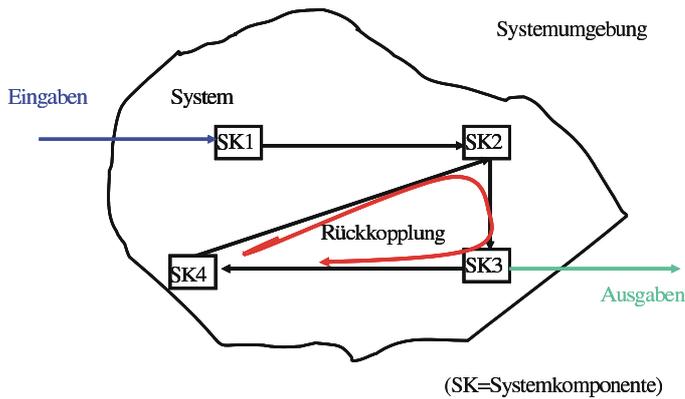


Abbildung 1.1: Struktur eines Systems

den Bereich der Sozialwissenschaften betrachten, so ist dort ein Mensch ebenfalls ein System, wie auch in der Biologie. Der Systemzweck und damit auch die Wahrnehmung des Systems Mensch ist aber in beiden Wissenschaften unterschiedlich. Während in der Biologie die biologischen und biochemischen Prozesse im Mittelpunkt stehen, befassen sich die Sozialwissenschaften mit dem Verhalten. Der Systemzweck beeinflusst also die Wahrnehmung und Darstellung des Systems.

Die systematische Untersuchung und Planung von Systemen ist Gegenstand der *Systemanalyse* und wird vom *Systemanalytiker* durchgeführt. Systemanalyse ist ein interdisziplinäres Wissensgebiet, zu dem auch die Informatik wesentliche Beiträge liefert.

Wir wollen den Begriff des Systems nun etwas stärker eingrenzen, da wir an einer Unterklasse von Systemen und deren Analyse interessiert sind und keine allgemeine Systemtheorie betreiben wollen. Dazu betrachten wir unser System als eine Menge von interagierenden *Komponenten*, die jeweils wieder aus Komponenten bestehen können, so dass eine hierarchische Beziehung entsteht. Die Komponente können *Eigenschaften* besitzen, sofern diese Eigenschaften veränderlich sind, werden sie als *Zustandsvariablen* bezeichnet. Jede Zustandsvariable hat, wie in der Informatik für Variablen üblich, einen *Wertebereich*, der sich aus einer Codierung der jeweiligen Eigenschaften ergibt. Der *Zustand des Systems* ist damit definiert als der Wert aller Zustandsvariablen zu einem Zeitpunkt. Da sich der Wert der Zustandsvariablen mit der Zeit ändert, ergibt sich ein zeitliches Verhalten, welches als *Dynamik des Systems* bezeichnet wird. Grundsätzlich gibt es auch Systeme, die keine Dynamik aufweisen bzw. über den Beobachtungszeitraum keine Dynamik aufweisen. Diese Systeme wollen wir nicht weiter betrachten, da das Ziel gerade die Bewertung von Systemen ist, die verschiedene Zustände annehmen können, analysierbar und oftmals auch beeinflussbar und damit optimierbar sind.

Eine zentrale Rolle spielt natürlich die *Komplexität* eines Systems, da durch sie die Möglichkeit der Wahrnehmung und des Verständnisses für Systeme entscheidend beeinflusst wird. In unserer formalen Darstellung ergibt sich die Komplexität aus der Zahl und Interaktion der Komponenten, die das System bilden. Da unsere Wahrnehmung aber subjektiv und auch selektiv ist, gibt es kein absolutes Maß für die Komplexität eines Systems, sie hängt von der *Abstraktion* des Benutzers bei der Wahrnehmung des Systems ab. Abstraktion ist Teil jeder menschlichen Wahrnehmung (z.B. können wir nur ein bestimmtes Lichtspektrum sehen oder nur ein bestimmtes Frequenzspektrum hören), kann aber auch bewusst herbeigeführt werden, um nicht mit Details überfrachtet zu werden. Insbesondere ist die Wahrnehmung immer systemzweckbezogen geprägt, wie am Beispiel des Systems Mensch in der Biologie und in den Sozialwissenschaften angedeutet.

Als nächstes sollen Systeme klassifiziert werden. Man kann Systeme in *natürliche* und *künstliche* Systeme klassifizieren. Natürliche Systeme entstehen und existieren ohne menschlichen Einfluss, wie zum Beispiel ein Biotop. Künstliche Systeme (engl. artificial systems) werden durch den Menschen erstellt und betrieben. Durch den starken Einfluss des Menschen auf die Umwelt ergibt sich eine Vielzahl von Systemen, die weder rein natürlich noch künstlich sind. Eine weitere Möglichkeit ist die Unterscheidung in *offene* und *geschlossene* Systeme. Ein offenes System interagiert

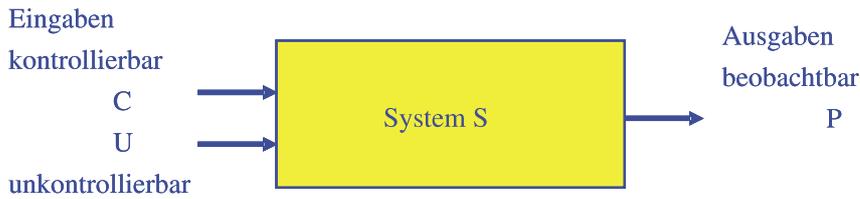


Abbildung 1.2: Formale Systemdarstellung.

mit seiner Umwelt durch Ein- und Ausgaben. Als Beispiel könnte eine Volkswirtschaft dienen, die durch Import- und Export-Beziehungen mit anderen Volkswirtschaften interagiert. Geschlossene Systeme weisen keine (oder kaum) Interaktionen mit der Umwelt auf. Ein typisches Beispiel für ein geschlossenes System ist das Biosphere II Projekt in den USA, das ursprünglich dazu dienen sollte zu untersuchen, wie sich eine Biosphere in Isolation entwickelt. Offene Systeme können geschlossen werden, indem man Teile der Umgebung zum System dazu nimmt. So kann die Volkswirtschaft durch Vereinigung mit anderen Volkswirtschaften zur Weltwirtschaft ergänzt werden. Letzteres Beispiel zeigt auch, dass auch geschlossene Systeme nicht vollständig geschlossen sein müssen. So kann die Weltwirtschaft natürlich durch Ereignisse aus dem Weltraum beeinflusst werden. Diese Ereignisse werden aber als so selten bzw. unwahrscheinlich eingestuft, dass man sie nicht beachtet und trotzdem von einem geschlossenen System spricht. Daneben gibt es noch die Unterteilung in statische und dynamische Systeme. Dynamische Systeme ändern ihren Zustand mit der Zeit, während statische Systeme keine Zustandsänderung über die Zeit erfahren.

In der Vorlesung werden wir uns primär mit künstlichen dynamischen Systemen beschäftigen, da diese einen großen Teil der Simulations- und Optimierungsanwendungen ausmachen. Uns interessiert ein System bzgl. seiner Funktion (d.h. dem Systemzweck). Bei künstlichen Systemen kann man in der Regel davon ausgehen, dass sie zweckbestimmt entworfen wurden. Ziel der Systemanalyse ist die Bereitstellung von Information über das Systemverhalten als Basis der Entscheidungsfindung. Bei künstlichen Systemen ergeben sich insbesondere Fragen nach der Korrektheit, der Zuverlässigkeit, der Leistungsfähigkeit und den Kosten eines Systems. Neben der Frage wie ein System sich verhält, stellt sich die Frage, was zu ändern ist, dass ein System sich in einer vorbestimmten Art und Weise verhält.

Wir formalisieren das Vorgehen weiter und benutzen dazu die Systemdarstellung in Abbildung 1.2. In dieser Darstellung betrachten wir ein System bzgl. seiner Ein- und Ausgaben, also bzgl. seiner Interaktion mit der Umgebung. Wenn Interna des Systems beobachtet werden sollen, so können diese als Ausgaben kodiert werden. Sei P die Menge der Ausgaben mit Wertebereich W_P . Bei den Eingaben unterscheidet man zwischen kontrollierbaren Eingaben, also solchen die vom Betreiber/Betrachter beeinflusst werden können und unkontrollierbaren Eingaben, also solchen die nicht vom Betreiber/Betrachter beeinflusst werden können. Sei C die Menge der kontrollierbaren Eingaben mit Wertebereich W_C und U die Menge der unkontrollierbaren Eingaben mit Wertebereich W_U . In der einfachsten Form reagiert ein System auf bestimmte Eingaben mit beobachtbaren Ausgaben. Diese Reaktion wird beschrieben durch eine Funktion $f : W_C \times W_U \rightarrow W_P$ oder eine Relation $f \subset W_C \times W_U \times W_P$.

Meistens betrachten wir Systeme, die über der Zeit agieren. Sei t der aktuelle Zeitpunkt, dann sind $C(t)$, $U(t)$ und $P(t)$ die Ein- und Ausgaben zum Zeitpunkt t und $C(t_0 : t)$, $U(t_0, t)$ ($t_0 \leq t$) ist die Sequenz der Eingaben von einem Startzeitpunkt t_0 bis zum Zeitpunkt t . Man kann annehmen, dass vor dem Zeitpunkt t_0 das System nicht existierte oder die Eingaben vor t_0 keinen Einfluss auf die Ausgaben zum Zeitpunkt t haben. Damit ist f eine Funktion oder Relation, die die Eingaben im Intervall $[t_0, t]$ auf die Ausgaben $P(t)$ abbildet. Ziel der Systemanalyse ist es, f zu verstehen und damit den Einfluss von $C(t_0, t)$ und $U(t_0, t)$ auf $P(t)$ zu verstehen und zu nutzen.

Wenn man $C = C(t_0, t)$ und $U = U(t_0, t)$ definiert, kann man die zeitunabhängige Darstellung aus Abbildung 1.2 auch den zeitabhängigen Fall abdecken, erhält aber deutlich komplexere Eingaben.

Um f zu verstehen muss der Einfluss der Eingaben auf die Ausgaben untersucht werden. Da für ein reales System S f durch S repräsentiert wird, ist es nahe liegend S zu beobachten, um Informationen über f zu erhalten. Dazu muss der Einfluss der Eingaben auf die Ausgaben untersucht werden. Die Untersuchung des Systems für verschiedene Eingaben nennt man *experimentieren*. Eine einzelne Beobachtung heißt *Experiment*. Es muss dazu beachtet werden, dass die kontrollierbaren Größen einstellbar und beobachtbar sind, unkontrollierbare Größe aber nicht beeinflusst und in manchen Fällen auch nicht beobachtet werden können. Die Ausgaben P sind beobachtbar. Also kann ein Experiment durchgeführt werden indem C eingestellt, P und U beobachtet werden. Das Vorgehen sollte möglichst systematisch und geplant erfolgen, um f zu verstehen.

Bei diesem Vorgehen können eine Reihe praktischer Probleme auftreten, die wir hier kurz erwähnen und in den folgenden Abschnitten genauer analysieren wollen. So ist für praktisch alle realen Systeme eine Beobachtung nur mit eingeschränkter Genauigkeit möglich. Je nach Anwendung werden Beobachtungen von mehr oder weniger großen Fehlern überlagert, so dass Werte nur "ungefähr" bekannt sind. Gleichzeitig ist bei fast allen Systemen ein Teil der unkontrollierbaren Eingaben nicht beobachtbar und führen dazu, dass bei identischer Beobachtungslage unterschiedliche Ausgaben P beobachtet werden.

Das Experimentieren mit Systemen ist in vielen Disziplinen weit verbreitet und wird zum Beispiel in den Naturwissenschaften seit langem genutzt, um Systeme zu verstehen und Theorien zu validieren oder falsifizieren. Die Problematik der variierenden Beobachtungen bei gleichen Eingaben ist dort seit langem bekannt und wird dadurch gelöst, dass mehrmals beobachtet wird und die Beobachtungen statistisch ausgewertet werden.

Neben der Messgenauigkeit gibt es weitere Aspekte, die das Experimentieren mit Systemen erschweren. So sind manche Phänomene aus Zeitgründen nicht beobachtbar, da sie entweder zu schnell sind, wie der Atomzerfall, oder zu langsam sind, wie die Geburt einer Galaxie. Andere Phänomene können nur für einige Eingabekombinationen beobachtet werden, da gewisse Eingabekombinationen fatale Folgen für das System haben können, etwa die Zerstörung des Systems. Als Beispiel sei hier die Kernschmelze in einem Atomreaktor genannt. Darüber hinaus müssen Systeme existieren, damit mit ihnen experimentiert werden kann. Dies ist aber gerade bei künstlichen Systemen in der Planungsphase nicht der Fall. Die Probleme beim Experimentieren mit Systemen zeigen, dass ein großer Bedarf an einer Alternative besteht, die breiter und einfacher einsetzbar ist. Die Herleitung einer solchen Alternative ist Inhalt dieser Vorlesung.

1.2 Modelle

Wir haben bereits im letzten Abschnitt gesehen, dass Systeme in vielen Fällen und Situationen nicht experimentell untersucht werden können, da eine solche Untersuchung zu teuer (z.B. Untersuchung unterschiedlicher Abläufe in einem Fertigungsprozess), zu aufwändig (z.B. Messung von Gesteinsschichten zur Exploration von Goldvorkommen), zu langsam (z.B. Beobachtung von Planetenbewegungen), zu gefährlich (z.B. Untersuchung der Sicherungssysteme in einem Atomkraftwerk), zu ungenau (z.B. Atomzerfall) oder prinzipiell nicht möglich sind, da S nicht real existiert. Als Alternative bleibt damit nur die Untersuchung eines Ersatzsystems S' , welches die jeweiligen Nachteile nicht hat. S' muss damit einfacher zu beobachten sein als S und für ein Experiment E ähnliches Verhalten wie S bzgl. des Untersuchungsziels zeigen. Wir werden an die Forderung ähnliches Verhalten bzgl. eines Untersuchungsziels nicht genau definieren, da dazu einige weitere Grundlagen notwendig sind. Abschnitt 2.8 widmet sich dann dem Problem einer genügend genauen Repräsentation von S durch S' . Hier soll nur allgemein bemerkt werden, dass das Verhalten $S' f$ bzgl. einer Teilmenge $P' \subseteq P$ nachbilden soll. P' ist die Menge der relevanten Beobachtungsgrößen. Ein Ersatzsystem S' für ein System S bzgl. eines Analyseziels bezeichnet man als ein Modell M . Die folgende Definition nach Niemeyer fasst die Aussagen zusammen.

Definition 1 Modelle sind materielle oder immaterielle Systeme, die andere Systeme so darstellen, dass eine experimentelle Manipulation der abgebildeten Strukturen und Zustände möglich ist.

Eine andere einschränkendere Definition in Anlehnung an [5] lautet wie folgt.

Definition 2 Ein Modell M für ein System S und ein Experiment E ist ein System S' , auf das E angewendet werden kann und Aussagen über die Anwendung von E auf S macht.

Die erste Definition ist deutlich allgemeiner, da Modelle nicht direkt an ein Experiment gebunden sind. Der zweite Ansatz konstruiert für ein System und ein Experiment ein Modell. Die meisten realen Modelle liegen zwischen den beiden Definitionen. Sie erlauben die Analyse für eine Menge von Experimenten und eine eingegrenzte Menge von Beobachtungswerten. Es können und werden für ein System S je nach Fragestellung verschiedene Modelle existieren. So wird sich das Modell eines Pkws zur Ermittlung der Schadstoffemission von einem Modell zur Ermittlung des Verhaltens bei Unfällen deutlich unterscheiden. Alle Modelle sollten aber die folgenden beiden Anforderungen erfüllen:

1. Um Ergebnisse vom Modell auf das Originalsystem zu übertragen, ist eine ausreichend genaue Abbildung bzgl. der relevanten Merkmale notwendig.
2. Um Modelle handhabbar zu halten, müssen Details weggelassen werden (durch Abstraktion oder Idealisierung).

Offensichtlich existiert ein Zielkonflikt zwischen den beiden Punkten. Wenn ein System möglichst detailgetreu abgebildet wird, so enthält es zahlreiche Details und ist damit weniger handhabbar als ein abstrakteres Modell. Darüber hinaus ergibt sich das Problem, dass die relevanten Merkmale eines Systems in den meisten Fällen nicht bekannt sind und damit auch nicht klar ist, welche Auswirkungen ein Idealisierung oder Abstraktion des Systems auf das Verhalten des Modells hat.

Der Begriff des Modells ist nach den bisherigen Ausführungen sehr weit gefasst und legt in keiner Weise fest, wie Modelle auszusehen haben. Als Beispiele seien die folgenden Modelltypen kurz genannt:

- Mentale Modelle, die als Gedankenmodelle beim Betrachter entstehen. Jedes vom Menschen entworfene Modell basiert auf einem mentalen Modell. Gleichzeitig sind mentale Modelle sehr schwer fassbar, da sie in der Vorstellung jedes Einzelnen existieren.
- Verbale Modelle, die eine umgangssprachliche Beschreibung eines Systems repräsentieren und auf Grund der fehlenden Präzision menschlicher Sprache in der Regel Raum für Interpretationen lassen.
- Grafische Modelle, die eine Abbildung der sichtbaren Eigenschaften eines Systems sind. Typische Beispiele sind Fotos und Filme, aber auch Flussdiagramme als semi-formale Beschreibungsmittel.
- Materielle Modelle, die eine Nachbildung der Form des jeweiligen Systems sind. Beispiele sind Modellautos oder Globen.
- Formale Modelle, die aus der mathematischen-logischen Verknüpfung von Symbolen nach einer vorgegebenen Syntax entstehen. Das Verhalten des Modells wird durch die zugehörige Semantik beschrieben.

Wir betrachten in der Vorlesung formale/symbolische Modelle, die sich in einem formalen System nach festgelegten Regeln beschreiben lassen und sich mittels einer Programmiersprache in ein auf einem Computer analysierbares Modell transformieren lassen. In der Regel erfordert die Erstellung eines formalen Modells eines realen Systems ein mehrstufiges Vorgehen, das in Abbildung 1.3 dargestellt wird. Da Systeme nicht zweckfrei definiert sind und auch Modelle mit einem bestimmten Ziel erstellt werden, erfolgt die Modellierung nicht zweckfrei. Vielmehr existiert ein reales Problem. Dieses Problem wird wahrgenommen, entsteht also aus einem mentalen Modell eines Ausschnitts der realen Welt. Meist erfolgt dann eine formalere Beschreibung des Sachverhalts in Form eines deskriptiven Modells. Die genaue Struktur des deskriptiven Modells ist nicht festgelegt, sie kann von einer umgangssprachlichen Beschreibung bis hin zu einer semiformalen Spezifikation reichen. Durch weitere Formalisierungen entsteht ein Formalproblem, welches sich

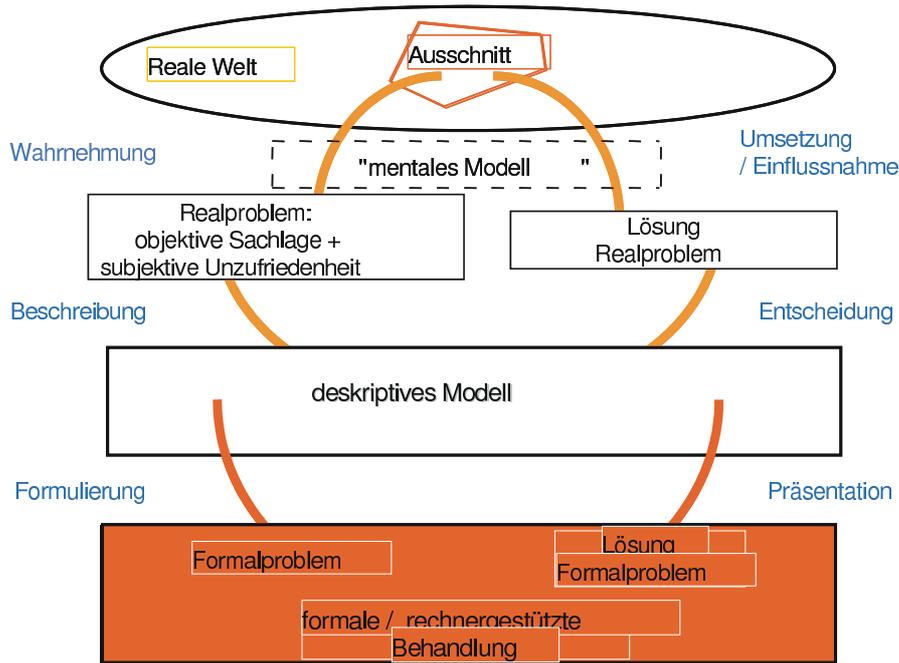


Abbildung 1.3: Vorgehen bei der Modellierung

einfach in eine Darstellung transformieren lässt, die rechnergestützt analysiert werden kann. Mit Hilfe der rechnergestützten Analyse lässt sich das Formalproblem lösen. Damit diese Lösung für das reale Problem relevant wird, muss die Lösung transformiert werden, so dass man schließlich eine Umsetzung der im formalen Modell ermittelten Lösung in praktische Handlungsanweisungen erreicht.

Das hier sehr abstrakte beschriebene Vorgehen der Modellierung und Analyse enthält natürlich, wenn es konkret umgesetzt wird, eine Reihe anwendungsspezifischer Komponenten. So unterscheidet sich das Vorgehen bei der Analyse einer Fertigungsstraße zur Erhöhung des Durchsatzes, von der Analyse des Weltklimas zur Minderung des Treibhauseffektes. Beide Vorgehensweisen lassen sich unter das abstrakte Schema fassen. Unterschiede treten bei der Wahl der konkreten Modelle und deren Aussagegenauigkeit auf und natürlich treten auch Unterschiede bei der Umsetzbarkeit von konkreten Handlungsanweisungen auf.

Formale Modelle sollen nun klassifiziert werden. Dazu betrachten wir zuerst die folgenden Kriterien zur Klassifizierung:

- *Statisch - dynamisch:* Bei statischen Modellen bleibt der Zustand konstant, während dynamische Modelle sich dadurch auszeichnen, dass sich der Zustand mit der Zeit ändert.
- *Deterministisch - stochastisch:* In einem deterministischen Modell erfolgt auf eine Eingabe (d.h. eine feste Belegung der Eingaben C und U) immer eine eindeutige Reaktion am Ausgang, d.h. $f(C, U)$ ist eine Funktion. In stochastischen Modellen können auch bei identischen Eingaben unterschiedliche Werte am Ausgang angenommen werden.¹
- *Kontinuierlich - diskret:* In kontinuierlichen Modellen ändern sich die Zustandsvariablen kontinuierlich mit der Zeit, während in diskreten Modellen Zeitpunkte existieren, zu denen eine Zustandsänderung auftritt. Zwischen diesen Zeitpunkten bleibt der Zustand unverändert. Die Kombination von kontinuierlichen und diskreten Modellen bezeichnet man als *hybride* Modelle.

¹Wir werden später stochastische Einflüsse durch bestimmte Parameter in der Menge U kodieren, um so zu erreichen, dass Modelle ein eindeutiges und reproduzierbares Verhalten zeigen.

Uns interessieren in Teil I primär dynamische Modelle, deren Dynamik auf einem Rechner nachgebildet werden kann. Kapitel 2 betrachtet diskrete und stochastische Modelle, während sich Kapitel 4 kontinuierlichen und deterministischen Modellen widmet. Dazwischen wird in Kapitel 3 kurz auf statische Modelle eingegangen, die es erlauben, für bestimmte Szenarien dynamische Modelle zu ersetzen und dabei effizienter analysierbar sind. Teil II beschäftigt sich mit der Optimierung von statischen Modellen, deren Analyse auf einem Rechner relativ schnell auszuführen ist, während die Analyse der Modelle aus Teil I an sich schon relativ aufwändig ist. Die Optimierung der dynamischen Modelle aus Teil I wird in Teil II nur kurz angesprochen und ist Inhalt einer weiterführenden Vorlesung im Wintersemester.

Wir haben bereits gesehen, dass Modelle zielgerichtet erstellt werden. Trotzdem bleibt die zentrale Frage der Modellbildung: *Was ist in einem Modell zu berücksichtigen?* Im Prinzip kann mit heutigen Modellierungsansätzen fast jedes Detail der Realität im Modell abgebildet werden. Dabei ist allerdings zu beachten, dass zusätzliche Details Modelle unübersichtlicher machen. Weiterhin erfordert die Berücksichtigung eines Details dessen Codierung im Modell in Form von Parametern und/oder Zustandsvariablen. Für eine solche Darstellung sind Eingabedaten notwendig, die entweder im realen System gemessen werden müssen und auf andere Weise zu ermitteln sind (siehe auch Abschnitt 2.4). Damit erhöht jedes zusätzliche Detail den Erstellungsaufwand des Modells. Darüber hinaus erhöht sich mit der Hinzunahme von weiteren Details der Analyseaufwand und manchmal auch die Genauigkeit und Allgemeingültigkeit der ermittelten Resultate. Damit ist die zentrale Aufgabe der Modellierung die Unterscheidung von wesentlichen von unwesentlichen Faktoren bzgl. des Analysezieles und das Erkennen von möglichen Vereinfachungen. Man muss zu möglichst verständlichen, leicht analysierbaren und bzgl. der Zielsetzung genügend wirklichkeitsgetreuen Modellen gelangen. Die Modellerstellung von den folgenden Faktoren beeinflusst:

- Der Zielsetzung der Modellierung,
- der Kenntnis über das System,
- den Möglichkeiten der Parametermessung oder -schätzung,
- den verfügbaren Modellierungformalismen und
- dem vertretbaren Aufwand.

Bei einem ingenieurmäßigen Vorgehen wird angestrebt, Techniken bereitzustellen, die eine möglichst automatisierbare Erstellung von Modellen erlauben. Es zeigt sich aber, dass die Modellierung realer Systeme allein mit vorgegebenen Techniken nicht realisierbar ist. Ein mehr oder weniger großes Maß an Kreativität ist zusätzlich erforderlich. Damit ist die Modellbildung in großem Maße *Kunst* gepaart mit der Verwendung von verfügbaren *Techniken*. Unterstützung bei der Modellierung gibt es heute durch vorhandene Richtlinien, Softwareumgebungen und -werkzeuge und natürlich durch Kenntnis in der Modellierungsmethodik und im Anwendungsgebiet.

Es lassen sich die folgenden Zielstellungen bei der Modellierung unterscheiden.

- *Erklärungsmodelle* bilden den Ist-Zustand eines Systems ab und dienen dazu das Verhalten deutlicher zu machen. Dazu werden Visualisierungstechniken eingesetzt. In heutiger Zeit spielt die Animation (2-D oder 3-D) dynamischer Abläufe eine zentrale Rolle. Die Modelle beschreiben teilweise nur das qualitative Verhalten, d.h. quantitative Aspekte wie Zeiten werden nicht berücksichtigt. Erst wenn Verhalten auch bewertet werden soll, müssen quantitative Aspekte zusätzlich berücksichtigt werden.
- *Prognosemodelle* dienen zur Vorhersage zukünftigen Verhaltens. Dazu muss das aktuelle Verhalten in die Zukunft extrapoliert werden.
- *Gestaltungsmodelle* werden zur Analyse und zum Vergleich von Systemalternativen benutzt. Sie bieten damit eine Experimentierumgebung für ein System.

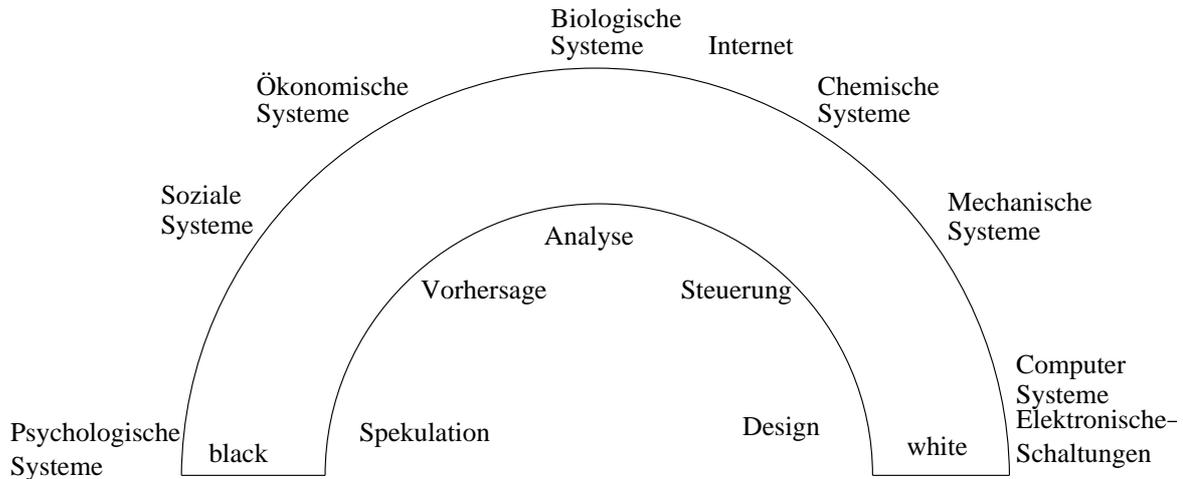


Abbildung 1.4: Regenbogen von Karplus.

- *Optimierungsmodelle* haben die Suche nach einer optimalen Konfiguration oder Steuerung als Zielsetzung. Sie werden mit Optimierungsmethoden gekoppelt. Der Begriff Optimierung wird dabei nicht immer ganz korrekt eingesetzt, da es oft um das Finden einer guten aber nicht zwangsläufig optimalen Lösung geht.

Klarerweise bestimmt die Zielsetzung den verwendeten Modelltyp. Darüber hinaus gibt es zwei grundsätzlich unterschiedliche Arten der Modellbildung, die als black-box und white-box oder induktives und deduktives Vorgehen bezeichnet werden. Beim induktiven Vorgehen (black-box-Sichtweise) wird das Verhalten des Systems am Ausgang in Abhängigkeit der Parameterwerte am Eingang analysiert. Es wird also $f(C, U)$ oder auch nur $f(C)$ (falls U unbeobachtbar) an einigen Punkten beobachtet. Dann wird eine Funktion $g(C, U)$ bzw. $g(C)$ gesucht, so dass für die beobachteten Situationen $g(\cdot)$ und $f(\cdot)$ ähnliche Werte liefern. In der Regel wird die Funktion $g(\cdot)$ aus einer Klasse leicht zu parametrisierender Funktionen gewählt. Funktion $g(\cdot)$ wird anschließend als Modell verwendet. Beim deduktiven Vorgehen (white-box-Sichtweise) erfolgt die Modellbildung auf Basis der Systemstruktur. Es wird also Kenntnis über die Struktur des Modells, die auftretenden Wechselbeziehungen und das Verhalten der Komponenten vorausgesetzt. Falls möglich, sollte deduktiv modelliert werden, da die so entstehenden Modelle in fast allen Fällen deutlich bessere Abbildungen der Realität sind als induktiv erstellte Modelle.

Die Verwendung der Modellierungsansätze hängt natürlich vom Modellierer aber auch vom Anwendungsgebiet ab. Abbildung 1.4 zeigt den berühmten Regenbogen von Karplus [5, Kap. 1], der für verschiedene Anwendungen die Analyseziele und Modellierungsmethodik zusammenfasst. An dieser Stelle sollen die einzelnen Punkte nicht im Detail erläutert werden. Aus der Abbildung wird aber deutlich, dass sich künstliche Systeme in den meisten Fällen sehr viel detaillierter modellieren lassen, da sie besser verstanden werden als natürlich Systeme. Konsequenterweise ist für die Modellierung künstlicher Systeme ein deduktives Vorgehen in fast allen Fällen angebracht, während für viele natürliche Systeme, mangels Alternativem, induktiv modelliert werden muss.

Eine wesentliche Unterscheidung im Bereich der dynamischen Modelle, die auch in der Simulation verwendet werden, ist die Unterscheidung in diskrete und kontinuierliche Modelle. Die wesentlichen Unterschiede werden in Abbildung 1.5 noch einmal deutlich gemacht, wobei dort diskrete Modelle zusätzlich in zeitdiskrete und ereignisdiskrete Modelle unterschieden werden.

Es werden nun einige Beispiele für dynamische Modelle vorgestellt, die wir zum Teil auch später zur Simulation verwenden werden. Die einfachsten Modelle zur Darstellung von dynamischen Abläufen sind einfache regelbasierte Modelle. Modelle dieser Art gibt es in verschiedenen Ausprägungen. Wir betrachten exemplarisch eine einfache Variante, die ursprünglich zum Einsatz im schulischen Bereich entwickelt wurde. Die Modellwelt besteht aus einem endlichen zweidimensionalen Gitter von Zellen. Zellen können bestimmte Zustände haben. Der Zustand des Modells

diskret:		kontinuierlich:
<p>zeitdiskret</p> <ul style="list-style-type: none"> • Werte der Zustandvariablen ändern sich alle Zeiteinheiten • atomare Änderung des Zustands in Abhängigkeit vom bisherigen Zustand • deterministisches oder stochastisches Verhalten 	<p>ereignisdiskret</p> <ul style="list-style-type: none"> • Werte der Zustandvariablen ändern sich durch das Eintreten eines Ereignisses • atomare Änderung des Zustands in Abhängigkeit vom bisherigen Zustand u. U. inkl. Verweilzeit dort • deterministisches oder stochastisches Verhalten bzgl. Nachfolgezustand und Verweilzeit 	<ul style="list-style-type: none"> • Werte der Zustandvariablen ändern sich kontinuierlich u.U. auch Sprungfunktionen enthalten • Zustandsänderungen in Abhängigkeit vom aktuellen Zustand • deterministisches Verhalten

Abbildung 1.5: Unterteilung dynamischer Modelle

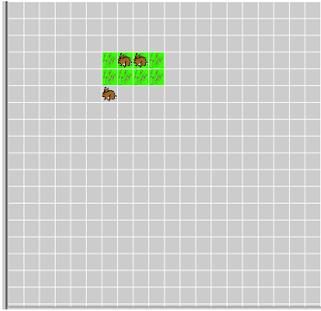


Abbildung 1.6: Modellwelt des Beispielmodells

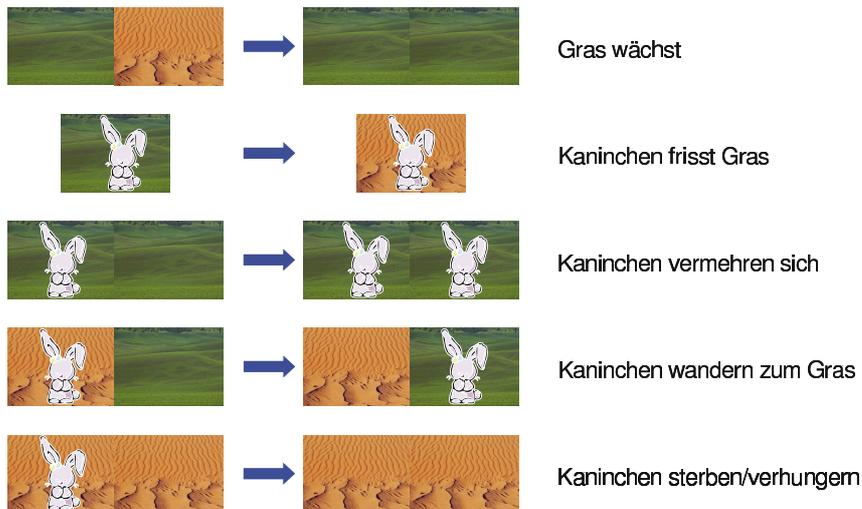


Abbildung 1.7: Regeln zur Zustandsänderung.

ist der Zustand aller Zellen. Das Modell ist zeitdiskret. Dynamik wird dadurch modelliert, dass zu jedem Zeitpunkt, zu dem ein Zustandswechsel stattfindet, Regeln angewendet werden, nach denen sich der Zustand des Systems im nächsten Zeitintervall aus dem Zustand im zum jetzigen Zeitpunkt ergibt. Da die Spezifikation allgemeiner Regeln sehr aufwändig und kaum beherrschbar wäre, werden Regeln lokal definiert. D.h. der Zustand einer Zelle im nächsten Zeitintervall ergibt sich aus dem aktuellen Zustand der Zelle und der Nachbarzellen.

Als Beispiel soll eine Kaninchenpopulation auf einer Weide dienen. Das Modell wird mit dem Tool WorldMaker [9] modelliert². Jede Zelle hat einen Hintergrundzustand, in unserem Fall unbewachsen (grau/braun) oder bewachsen (grün). Weiterhin existieren Spezies, die sich auf Zellen befinden können. Zu einem Zeitpunkt kann sich maximal ein Individuum in einer Zelle befinden. Im Beispiel betrachten wir als einzige Spezies die Kaninchen. Jede Zelle kann damit in einem von vier Zuständen sein, nämlich bewachsen-unbewachsen, mit oder ohne Kaninchen. Die Dynamik im Modell ergibt sich durch Anwendung der Regeln aus Abbildung 1.7. Regeln beziehen sich jeweils auf die aktuelle Zelle und eine beliebige Nachbarzelle. Es bleibt damit noch festzulegen, welche Regel ausgewählt wird, wenn mehrere Regeln angewendet werden können. Für diese Festlegung gibt es verschiedene Möglichkeiten. So kann die Auswahl zufällig erfolgen oder es kann eine Prioritätsierung unter den Regeln vorgenommen werden. Im ersten Fall zeigt das Modell ein stochastisches Verhalten, im letzteren ein deterministisches Verhalten.

Wenn man das Modell mit dem in Abbildung 1.6 gezeigten Startzustand laufen lässt, so beobachtet man ein oszillierendes Verhalten. Wenn viele Zellen bewachsen sind und wenige Kaninchen

²Eine Java-Version des Tools ist unter <http://worldmaker.cite.hku.hk/worldmaker/pages/> zu finden.

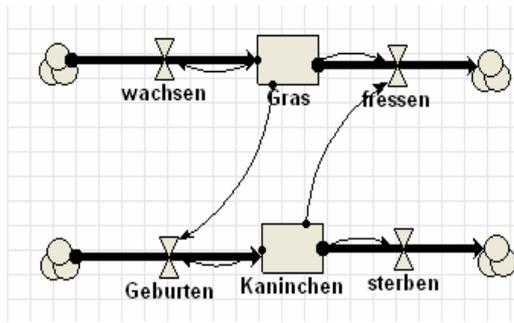


Abbildung 1.8: Beschreibung des Beispiels mit einem Modell der System Dynamics-Welt.

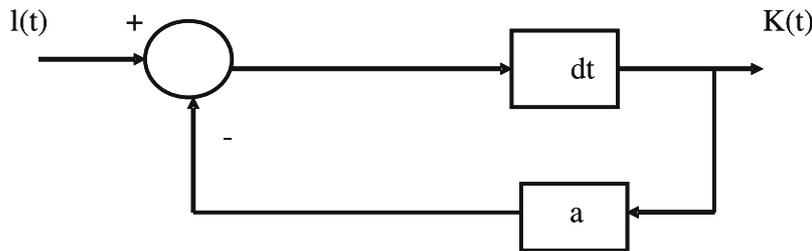


Abbildung 1.9: Blockorientierte Darstellung einer Differentialgleichung.

da sind, so wächst die Kaninchenpopulation stark, dadurch wird viel Gras gefressen und die Kaninchen leiden an Nahrungsmangel, wodurch die Population abnimmt und das Gras wachsen kann. Auch wenn dieses Modell sehr einfach ist und viele Details realer Ökosysteme vernachlässigt, kann man das am Modell beobachtbare qualitative Verhalten auch in der Natur beobachten.

Es ist leicht nachvollziehbar, dass die vorgestellte Art der Modellierung einige Schwächen aufweist. Insbesondere ist die Darstellung bei aller Einfachheit doch sehr detailliert und damit aus Komplexitätsgründen kaum für größere Populationen geeignet. Wenn das Ziel der Modellierung die Analyse der Kaninchen und des Grasses ist, so spielt die räumliche Ausdehnung offensichtlich keine Rolle und man kann sich auf die Interaktion zwischen Gras und Kaninchen beziehen. Dazu abstrahieren wir von den einzelnen Individuen und drücken die Menge des Grasses und die Zahl der Kaninchen durch Variablen $x_G, x_K \in_{\geq 0} \{\mathbb{R}\}_{\geq 0}$ aus. Die Population ist damit nicht ganzzahlig sondern eine nicht negative reelle Zahl. Bei entsprechend großen Populationen ist die Abstraktion gerechtfertigt. Die Veränderung in der Populationen kann nun wieder in diskreter oder kontinuierlicher Zeit erfolgen und ergibt sich aus der Interaktion zwischen den beteiligten Spezies. Heute wird üblicherweise eine kontinuierliche Zeitskala verwendet (siehe auch Kapitel 4) und die Dynamik mittels Differentialgleichungen beschrieben. Für unser Beispiel könnte man folgendes Differentialgleichungssystem verwenden.

$$\dot{x}_K = -a \cdot x_K + k \cdot b \cdot x_K \cdot x_G \quad \text{und} \quad \dot{x}_G = c \cdot x_G - b \cdot x_K \cdot x_G$$

mit $a, b, c > 0$ und $0 < k < 1$. Das resultierende Modell bezeichnet man als Lotka-Volterra-Modelle [5, Kap. 10]. Ähnlich wie bei dem einfachen zellenbasierten Modell können wir auch hier eine oszillierende Population beobachten. Der Aufwand der Berechnung hängt nun aber nicht mehr von der Population ab. Da die mathematische Beschreibung relativ komplex werden kann und Abhängigkeiten kaum erkennbar sind, gibt es zahlreiche graphische Ansätze zur Beschreibung von Differentialgleichungen. Ein in der Modellierung von Ökosystemen weit verbreiteter Ansatz sind die Modelle der System Dynamics [5, Kap. 11]. Eine mögliche Darstellung wird in Abbildung 1.8 gezeigt. Wir wollen an dieser Stelle nicht weiter auf die Details der Modellwelt eingehen.

Neben der Modellwelt der System Dynamics gibt es zahlreiche weitere Ansätze zur grafischen Spezifikation von Differentialgleichungssystemen. Abbildung 1.9 zeigt eine blockorientierte Darstel-

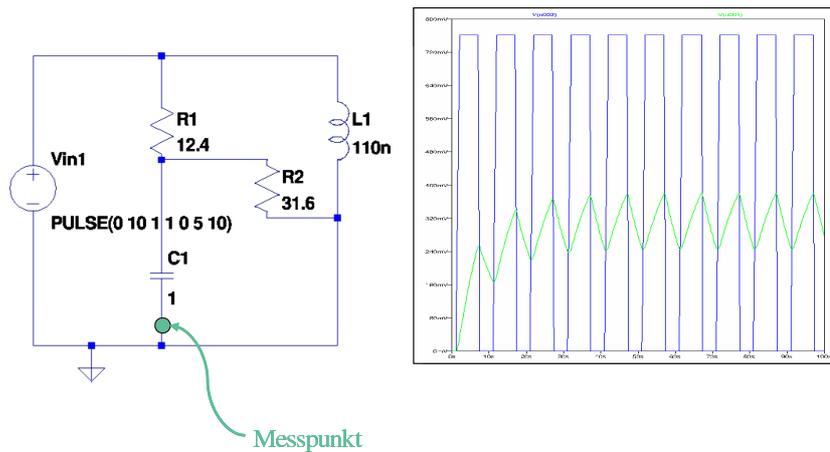


Abbildung 1.10: Modell einer elektronischen Schaltung und die Ergebnisse eines Simulationslaufs.

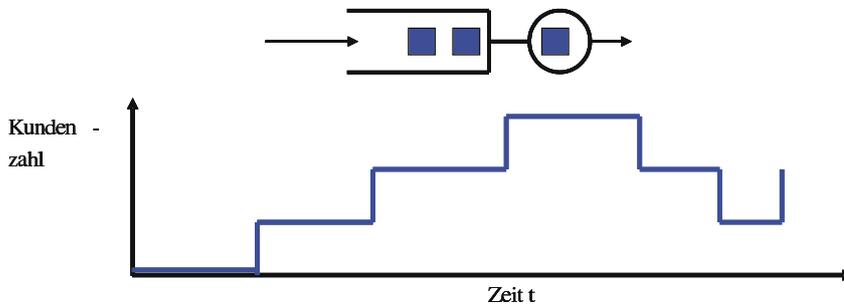


Abbildung 1.11: Station in einem Warteschlangennetz.

lung der Differentialgleichung $dK/dt = l(t) - a \cdot K(t)$ und Abbildung 1.10 zeigt eine anwendungsspezifische Darstellung von Differentialgleichungen, hier am Beispiel elektrischer Schaltkreise.

Viele diskrete Systeme lassen sich auf Warteschlangenmodelle abbilden. Die Idee der Warteschlangenmodelle besteht darin, dass Kunden oder Aufträge an Ressourcen oder Stationen Bedienung verlangen. Diese Bedienung dauert eine gewisse (oft stochastische) Zeit und nach Abschluss der Bedienung verlässt der Auftrag die Station und betritt u. U. eine andere Station. Es gibt viele unterschiedliche Ausprägungen von Warteschlangennetzen. An dieser Stelle soll kurz eine einfache Ausprägung der Modellwelt vorgestellt werden. Eine einzelne Station wird in Abbildung 1.11 gezeigt. Die Station besteht aus einer Warteschlange und einem Bediener. Der Bediener bedient Kunden nach der Strategie First Come First Served (FCFS). Ist der Bediener belegt, so müssen ankommende Kunden in der Warteschlange warten. Nach Bedienung verlassen die Kunden das System wieder. Die Objekte der Systembeschreibung sind Kunden, Bedieneinrichtung und Warteschlange. Jeder Kunde hat eine Ankunftszeit und einen Bedienbedarf. Der Zustand des Systems ist gegeben durch die Zahl der Kunden im System und deren Bedienzeiten und der Ankunftszeit des nächsten Kunden. Attribute ändern sich bei Ankunft und Bedienung der Kunden (ereignisdiskrete Betrachtung). Zu diesen Zeitpunkten wird die Kundenzahl im System erhöht/reduziert und u.U. der Status des Bedieners geändert (belegt - frei).

Durch die Kombination von Stationen entstehen Warteschlangennetze, die in unterschiedlichen Gebieten zur Systemanalyse eingesetzt werden. Abbildung 1.12 zeigt als Beispiel das einfache Modell des Zugriffs auf einen Web-Server mit zwischen geschaltetem Proxy-Server. Kunden sind in diesem Fall Anfragen an den Web-Server, die Komponenten des Systems werden als Stationen modelliert. Auch dieses System beschreibt ein ereignisdiskretes Verhalten. Der Zustand des Modells ändert sich sobald eine Bedienung endet oder beginnt.

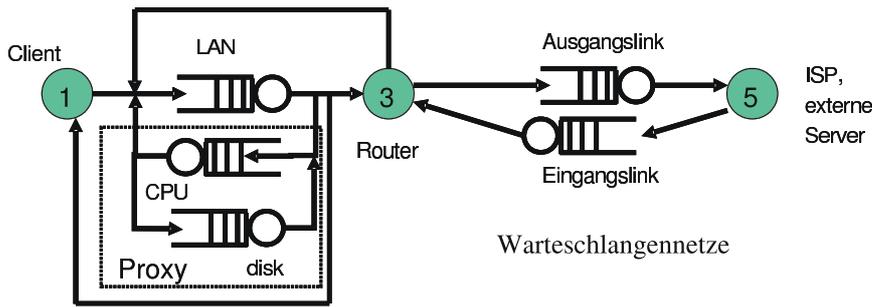


Abbildung 1.12: Warteschlangenmodell eines Web-Servers.

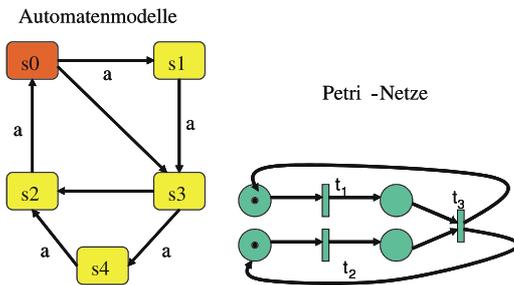


Abbildung 1.13: Endlicher Automat und Petri-Netz als diskrete Modelle.

Neben der grafischen Darstellung von Modellen, wurden Modelle über lange Zeit in programmiersprachlicher Form beschreiben. Vor der Verfügbarkeit grafischer Eingabeschnittstellen war dies die einzige Möglichkeit Dynamik zu beschreiben. Auch bei heutigen grafischen Modellierungsparadigmen ist es in der Regel noch notwendig, die grafische Darstellung mit programmiersprachlichen Beschreibungen zu ergänzen, um komplexes Verhalten darzustellen. Darüber hinaus dienen grafische Modelle oftmals als Front-End für die Beschreibung von Simulationsprogrammen in einer Simulationssprache. Zur Darstellung von Dynamik in Programmiersprachen muss eine entsprechende Unterstützung vorhanden sein. Für diskrete Systeme benötigt man:

- Eine Darstellung des zeitlichen Ablaufs,
- Unterstützung bei der Ereignisverwaltung,
- Unterstützung bei der Realisierung von Zufallseinflüssen und
- Unterstützung bei der Systembeobachtung und -auswertung.

Beispiele für Sprachen, die diese Unterstützung bieten sind GPSS, Simula und Simscript. Für kontinuierliche Systeme muss zumindest

- die Möglichkeit der Formulierung mathematischer Zusammenhänge und
- eine Unterstützung bei der Lösung von Differentialgleichungssystemen

vorhanden sein. Beispiele für solche Sprachen sind Mathematica, Matlab, Octave oder Scilab. Wir werden uns in den Kapitel 2 und 4 näher mit Programmiersprachen zur diskreten und kontinuierlichen Modellierung beschäftigen.

Im Informatikumfeld existieren eine Reihe weiterer Modelltypen zur Beschreibung von diskreten dynamischen Systeme, die sich grob in formale und semi-formale Modelltypen einordnen lassen. Im Bereich der formalen Modelle sind endliche Automaten, Automatenetze und Petri-Netze von zentraler Bedeutung. Beide Modelltypen vereinen eine grafische Darstellung (siehe Abbildung 1.13)

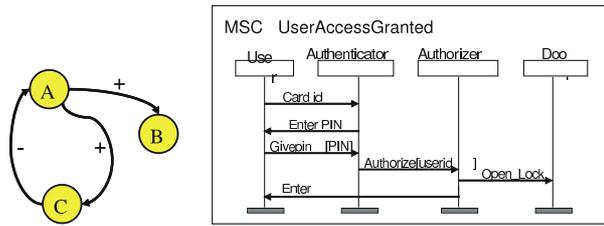


Abbildung 1.14: Wirkungsgraph und MSC als semiformale Modelle.

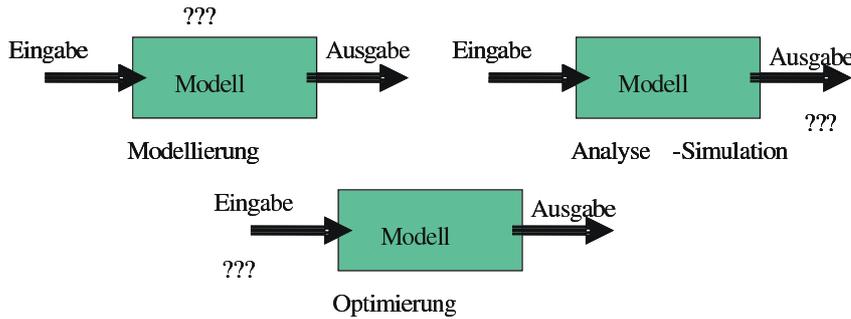


Abbildung 1.15: Schematische Darstellung der modellgestützten Analyse.

mit einer formalen Semantik, die das Modellverhalten festlegt. Die Modelle beinhalten in ihrer ursprünglichen Form keine Darstellung der Zeit oder keine Wahrscheinlichkeiten zur Konfliktlösung, sondern beschreiben die kausalen Abhängigkeiten zwischen Ereignissen. Es gibt aber inzwischen zahlreiche Erweiterungen, die quantitative Aspekte und damit auch Zeit integrieren.

In der Praxis werden oftmals semiformale Modelle eingesetzt, da sie keine strikte Formalisierung erfordern. Dies hat den Vorteil, dass gewisse Details nicht vollständig berücksichtigt werden müssen, hat aber gleichzeitig den Nachteil, dass dynamisches Verhalten nicht vollständig modelliert wird. Zwei typische Beispiele für semiformale Modelle sind in Abbildung 1.14 dargestellt. Wirkungsgraphen beschreiben den Einfluss einzelner Variablen aufeinander. Dabei wird nur qualitative Information dargestellt, z.B. $A \text{ wird größer} \Rightarrow B \text{ wird größer}$. Sie beinhalten keine Information über die tatsächlichen mathematischen Zusammenhänge und können deshalb auch nicht als ausführbare Modelle dienen. In den frühen Phasen der Modellbildung erlauben Wirkungsgraphen die Darstellung kausaler Zusammenhänge. Message Sequence Charts (MCSs) beschreiben exemplarische Abläufe. Sie enthalten keine Aussagen über alle möglichen Abläufe und auch keine Quantifizierung der Abläufe.

Die bisher vorgestellten Modelle sind auf einer relativ abstrakten Ebene angesiedelt und erlauben eine oftmals problemnahe Modellierung. Sofern es sich um formale Modelle handelt lassen sich die Modelle in der Regel auf ein mathematisches Modell abbilden, das dann analysiert werden kann. Für diskrete Modelle ist das mathematische Basismodell meist ein bewertetetes Transitionssystem oder eine Formel einer temporalen Logik. Beide Ansätze können um deterministische Zeiten erweitert werden. Im stochastischen Fall hat man es in der Regel mit einem stochastischen Prozess zu tun. In den letzten Jahren ist es gelungen, stochastische Prozesse und bewertete Transitionssysteme zu kombinieren, um so eine allgemeine Modellklasse zu erhalten. Im Bereich der kontinuierlichen Systeme arbeitet man heute primär mit Differentialgleichungen.

In der Praxis werden Modelle in einer abstrakteren Darstellung spezifiziert, etwas als Warteschlangennetz. Die Analyse erfolgt dann automatisch entweder durch Transformation in das zugehörige mathematische Modell und dessen Analyse oder durch Nachspielen des dynamischen Verhaltens direkt im abstrakteren Modell.

1.3 Analyse, Simulation und Optimierung

Bisher haben wir die Beschreibung eines realen oder geplanten Systems durch ein formales Modell betrachtet, ohne die Analyse genauer zu untersuchen. Ziel ist es, Experimente am realen System durch Experimente mit dem Modell zu ersetzen und dabei zu identischen Resultaten zu gelangen. Dabei stellt sich oft die Frage nach Veränderungen am System, um dessen Leistung oder Zuverlässigkeit zu verbessern. Die verschiedenen Schritte werden an der einfachen Graphik in Abbildung 1.15 dargestellt. Kontrollierbare und unkontrollierbare Eingabe sind dort zusammengefasst. Bei dem gezeigten Modell kann es sich sowohl um ein black-box als auch um ein white-box-Modelle handeln. Das Ziel der Modellierung ist es, aus vorhandenen Ein- und Ausgabedaten unter Umständen mit zusätzlicher Strukturinformation ein Modell zu generieren. Bei der Analyse werden die Ausgaben eines gegebenen Modells zu vorgegebenen Eingabe ermittelt. Bei der Optimierung geht es schließlich darum, zu einem gegebenem Modell und vorgegebenen Anforderungen an die Ausgaben (z.B. möglichst klein, größer als, etc.) Eingaben zu finden, die den Anforderungen genügen.

Zur Analyse von Modellen, also zur Auswertung von f , gibt es unterschiedliche Möglichkeiten, die von der Struktur des Modells abhängen. Der einfachste und oftmals ideale Fall ist, dass f als explizite Formel vorliegt. Ein typisches Beispiel ist das Ohmsche Gesetz $R = U/I$ ($\Omega = V/A$). In solchen einfachen Fällen kann die Analyse und Optimierung prinzipiell per Hand erfolgen. Allgemein spricht man immer dann von einer *analytischen* Lösung, wenn sich die Ergebnisse in geschlossener Form prinzipiell darstellen lassen. Dies kann durchaus bedeuten, dass z.B. große lineare Gleichungssysteme gelöst werden müssen. In der Praxis wird man solche Gleichungssysteme nicht symbolisch lösen wollen oder können, prinzipiell ist aber eine geschlossene Lösung algorithmisch herleitbar.

Die nächst komplexere Lösung wäre die *numerische* Analyse. In diesem Fall liegt f nur implizit als Formel vor, für die keine geschlossene Formel existiert. So lässt sich das Integral der standardisierten n -dimensionalen Normalverteilung

$((2\pi)^n \det V)^{-1/2} \int_{-\infty}^{b_1} \dots \int_{-\infty}^{b_n} \exp(-1/2x^T V^{-1}x) dx_1 \dots dx_n$ mit $V \in \{\mathbb{R}\}_{\geq 0}^{n \times n}$ und $x \in \{\mathbb{R}\}_{\geq 0}^n$ nicht in geschlossener Form darstellen. Vielmehr muss durch punktweises Abtasten für jeweils feste Werte von x die Funktion analysiert werden. Methoden zum Abtasten findet man in der numerischen Mathematik.

Falls f nur als eine Menge von Zusammenhängen und Abhängigkeiten bekannt ist, so kann das Verhalten des Modells nur durch schrittweises Durchspielen der Abhängigkeiten analysiert werden. Dies ist die schwierigste und aufwändigste Form der Analyse, die auch als *simulatives* Vorgehen bezeichnet wird. Ein Beispiel ist die Beschreibung einer Ampelkreuzung. Die Schaltzeiten der Ampel, die Ankunftszeiten, Geschwindigkeiten und Beschleunigungswerte der Fahrzeuge sind bekannt. Zur Ermittlung der Anzahl der wartenden Fahrzeuge zu einem vorgegebenem Zeitpunkt müssen alle Fahrzeugbewegungen nachgespielt werden.

Vom Standpunkt einer effizienten Analyse ist eine analytische Lösung anzustreben, da nur so Lösungen über dem gesamten Parameterraum charakterisierbar sind. Ziel ist es, das einfachste adäquate Modell zu wählen. Um eine analytische Lösung zu erhalten ist es aber oft notwendig das Systemverhalten im Modell stark zu vereinfachen. Dies erfordert eine höhere Abstraktion, die vom Modellierer geleistet werden muss. Außerdem sind für viele Problemstellungen analytische Modelle zu abstrakt, da sie wesentliche Verhaltensdetails nicht berücksichtigen. Aus diesem Grund wird in der Systemanalyse oft auf simulative Modelle zurückgegriffen.

Bei der Simulation werden im Gegensatz zum analytischen Vorgehen Resultate punktweise durch Nachspielen des Systemverhaltens ermittelt. Oft beinhaltet das Systemverhalten stochastische Elemente. Es existieren zahlreiche Definitionen des Begriffs Simulation. Hier sind drei Beispiele:

- Durchführung von Experimenten an einem Modell, das anstelle des Originalsystems tritt. (nach Krüger)
- Nachbildung eines dynamischen Prozesses in einem Modell, um zu Erkenntnissen zu gelangen, die auf die Wirklichkeit übertragbar sind. (VDI Richtlinie)

- Prozess der Modellbeschreibung eines realen Systems und anschließendes Experimentieren mit diesem Modell mit der Absicht, entweder das Systemverhalten zu verstehen oder verschiedene Strategien für Systemoperationen zu gewinnen. (nach Shannon)

Gegenüber analytischen Modellen erlauben simulative Modelle eine realitätsnähere Modellierung. So können beliebige Verteilungen abgebildet werden, es können komplexe Synchronisationen dargestellt werden und es besteht die Möglichkeit, auch komplexe Abhängigkeiten zu modellieren. Verhalten das in der Realität erkannt und beobachtet wird, kann prinzipiell auch in der Simulation nachgebildet werden. Grenzen sind durch die Komplexität der resultierenden Modelle und den Simulationsaufwand auf natürliche Weise gegeben. Insofern besteht auch bei der Simulation ein Zwang zur Abstraktion und Idealisierung. Ein weiterer Vorteil der Simulation besteht darin, dass sie es als einzige Technik erlaubt reale Systeme und Modelle zu koppeln. So können in der Realität aufgezeichnete Traces als Teil eines Simulationsmodells verwendet werden. Beim obigen Ampelbeispiel können Ankunftszeiten von Fahrzeugen an einer realen Ampel gemessen werden und anschließend in der Simulation verwendet werden, um dort identische Fahrzeugströme zu erzeugen und auf dieser Basis verschiedene Strategien der Ampelsteuerung zu vergleichen. Weiterhin ist es sogar möglich, Modell und System direkt zu koppeln. Beispiele für eine solche Kopplung sind *men-in-the-loop* oder *hardware-in-the-loop* Simulatoren. Im ersten Fall wird Simulation als Teil der Realität benutzt, mit der ein Mensch interagiert. Flugsimulatoren sind ein Beispiel für eine solche Kopplung. In *hardware-in-the-loop* Simulatoren werden Ereignisse und Zustände der Simulation in elektrische Impulse umgesetzt und umgekehrt elektrische Impulse in Ereignisse und Zustände der Simulation. Auf diese Art lassen sich elektronische Bauteile testen. *Men-in-the-loop* und *hardware-in-the-loop* sind Beispiele für Echtzeitsimulatoren, d.h. die Zeit im Modell muss mit der realen Zeit übereinstimmen. Echtzeitsimulatoren können auch benutzt werden, um Prozesse zu steuern oder verteilte Softwaresysteme zu testen.

Auch wenn die Verwendung simulativer Modelle eine Vielzahl von Möglichkeiten eröffnet, so sollte doch immer das einfachste adäquate Modell verwendet werden. Dies bedeutet, dass falls möglich analytischen Modellen der Vorzug vor Simulationsmodellen gegeben werden sollte. Die wesentlichen Nachteile der Simulation sind ein hoher Erstellungsaufwand verbunden mit einem großen Datenbedarf und damit einem hohen Aufwand der Datenerhebung. Da die Simulation keinen Zwang zur Abstraktion liefert, werden Modelle oft komplexer als notwendig und sind damit unverständlich und kaum validierbar. Ein anderer Aspekt ist die oft notwendige Verwendung von Stochastik, die zu schwankenden Ergebnissen und damit zur Notwendigkeit statistischer Ergebnisauswertung führt. Ein weiterer Nachteil von Simulationsmodellen ist das Fehlen von Strukturinformation, die für viele Optimierungsmethoden notwendig ist.

Ziel der Modellbildung ist es, Aussagen über ein System zu machen und oftmals auch Entscheidungen über die Konfiguration des Systems zu treffen, so dass möglichst gute oder optimale Resultate erzielt werden. Allgemein gefasst bedeutet dies, dass nach dem "besten" System für eine Aufgabenstellung gesucht wird. Ein solche Zielstellung ist für die meisten realen Probleme per se unlösbar. Deshalb wird nach kontrollierbaren Eingabe C gesucht, so dass die Ausgaben P optimal sind. Im Gegensatz zur allgemeinen Formulierung bedeutet dies, dass die Struktur des Systems vorgegeben wird und nur einzelne Parameter geändert werden. Je nach Interpretation der Parameter können in C aber durchaus vorher geplante Strukturalternativen kodiert sein.

Die konkret angewendete Optimierungsmethode hängt vom konkreten Modell und dessen Struktur ab. Bei der Verwendung von Simulationsmodellen wird die Optimierung dadurch erschwert, dass f nicht explizit vorliegt sondern nur punktwise abgetastet werden kann und damit auch keine Information über die Ableitungen von f vorhanden ist. Falls f auch von U abhängt, so ändert sich P bei festem C durch variierende Werte von U . Damit muss Optimalität für alle Werte von U in Abhängigkeit von deren Auftretenswahrscheinlichkeit definiert werden. Weitere Erschwernisse können darin liegen, dass C nicht frei wählbar ist, sondern gewissen Nebenbedingungen gehorchen muss und P mehrdimensional ist und sich nicht sinnvoll auf eine skalare Zielfunktion abbilden lässt. Im letzteren Fall existiert kein Optimum, sondern nur eine Menge von Punkten, die sich nicht mehr in allen Komponenten der Zielfunktion verbessern lassen.

Zum Abschluss dieses Kapitels wird der abstrakte Ansatz der Modellierung aus Abbildung 1.3

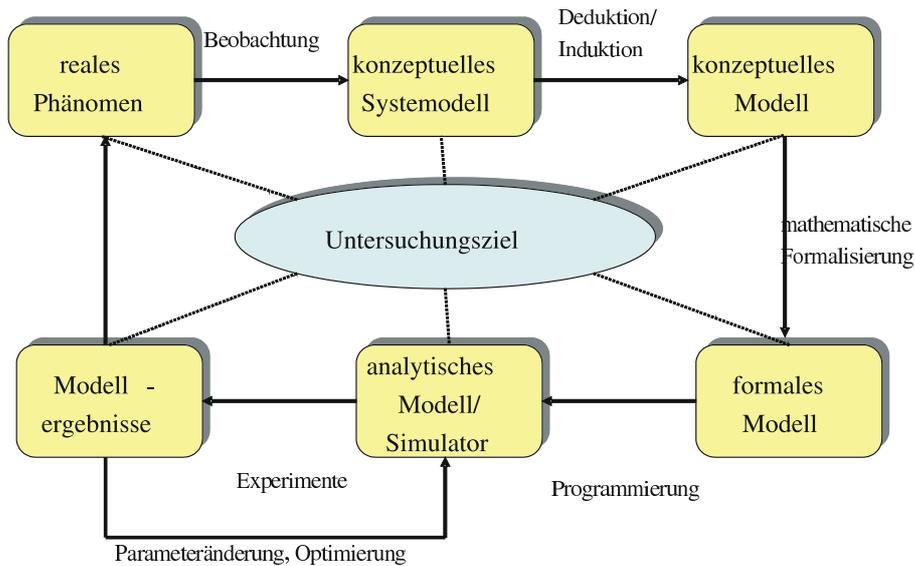


Abbildung 1.16: Zyklus der modellgestützten Analyse und Optimierung.

unter Berücksichtigung der Analyse und Optimierung verfeinert. Abbildung 1.16 zeigt den Zyklus der modellgestützten Analyse. Zentral ist das Untersuchungsziel, welches bei allen Schritten im Auge behalten werden muss. Über die angegebenen Zwischenschritte gelangt man vom realen Phänomen zum Modell mit dem experimentiert werden kann und das die Grundlage für die Optimierung ist. Die Ergebnisse der Analyse und Optimierung fließen in das reale System ein.

Ein zentraler Punkt jeder Art von modellbasierter Analyse ist die prozessbegleitende Validierung. Es ist festzustellen, inwieweit ein Modell das Verhalten des Systems bzgl. des Untersuchungsziels adäquat wiedergibt. Dies ist streng mathematisch nicht beweisbar, sondern es kann nur eine graduelle Validität festgestellt werden. Der folgenden Aspekte der Validität werden unterschieden:

- Bei der Untersuchung der Strukturgültigkeit wird festgestellt, inwieweit System und Modell strukturell übereinstimmen.
- Die Verhaltensgültigkeit bewertet, inwieweit des Verhalten für relevante Anfangsbedingungen und äußere Einflüsse übereinstimmt.
- Die empirische Gültigkeit stellt die genügende Ähnlichkeit der im System gemessen Daten und der aus dem Modell ermittelten Daten fest.
- Die Anwendungsgültigkeit weist schließlich nach, dass die Modellbildung der Zielsetzung entspricht und damit die durchgeführten Experimente mit dem Modell zu den gleichen Entscheidungen führen, die auch bei Experimenten mit dem System getroffen worden wären.

Aus der kurzen Beschreibung folgt, dass Validität immer abhängig vom Ziel und auch nur graduell feststellbar ist. Abschnitt 2.8 beschäftigt sich mit Methoden zur Feststellung der Validität auf unterschiedlichen Ebenen.