

# Modellgestützte Analyse und Optimierung (SS 2007)

## Übungsblatt 10

### Aufgabe 10.1

(4 Punkte)

Ein Unternehmen verfügt über zwei Produktionsfaktoren: Eine Maschine **M**, die in der Planungsperiode 1200 Stunden eingesetzt werden kann, sowie einen Rohstoff **R**, von dem in der Planungsperiode 3000 Mengeneinheiten (ME) zur Verfügung stehen. Damit sind die Produkte **P**<sub>1</sub> und **P**<sub>2</sub> herstellbar. Um eine Mengeneinheit von **P**<sub>1</sub> herzustellen, werden 3 Maschinenstunden sowie 5 ME von **R** benötigt. Für die Herstellung einer ME von **P**<sub>2</sub> braucht man 10 ME von **R** und zwei Maschinenstunden.

Die Kosten pro ME sowie die Erlöse pro ME sind mengenunabhängig. Für **P**<sub>1</sub> erhält das Unternehmen 20 Euro / ME und hat Kosten in Höhe von 17 Euro. Die Kosten für eine ME von **P**<sub>2</sub> sind 26 Euro; der Erlös beträgt 30 Euro / ME. Das Produkt **P**<sub>2</sub> kann am Markt nur mit höchstens 250 ME abgesetzt werden.

- Welche Art von Produktionsprogramm sucht das Unternehmen? Minimieren oder maximieren der Zielfunktion.
- Formulieren Sie bitte ein entsprechendes Optimierungsmodell
- Lösen Sie dieses Problem bitte graphisch.
- Überführen Sie das Modell in die Standardform.

### Aufgabe 10.2

Sind folgende Mengen konvex? (Zeigen oder widerlegen Sie bitte)

- $M_1 = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b; x \geq 0; n \geq 1; A \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n; b \in \mathbb{R}^n\}$  (1 Punkte)
- $M_2 = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b \wedge x_i \in \{0;1\} \forall i = 1, \dots, n; n \geq 1; A \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n; b \in \mathbb{R}^n\}$  (1 Punkte)
- $M_3 = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid (x_1 - a)^2 + (x_2 - b)^2 \leq c^2; a, b, c \in \mathbb{R}\}$  (5 Punkte)
- Zeigen Sie: Ist eine Menge  $K_1 \in \mathbb{R}^n$  konvex, dann ist

$$K_2 = \{x \mid x \in K_1 \wedge \sum_{i=1}^n a_i x_i \leq c; a_i, c \in \mathbb{R}\} \quad \text{konvex.} \quad (1 \text{ Punkte})$$