Übungen zur Vorlesung

Simulation und Modellierung diskreter und kontinuierlicher Systeme

Blatt 1

Themenbereich: Gemeinsame Zufallszahlen

Aufgabe 1

Gemeinsame Zufallszahlen (siehe Kap. 2.1) sind beim Vergleich von Modellvarianten immer dann hilfreich, wenn sie zu einer positiven Korrelation führen. Sei U eine $(0,1)$-gleichverteilte Zufallsvariable und X_1, X_2 seien zwei Resultate für Systemkonfigurationen, die sich wie in den beiden folgenden Varianten angegeben aus den Zufallszahlen ergeben.

1. $X_{1j} = U^2$ und $X_{2j} = U^3$
2. $X_{1j} = U^2$ und $X_{2j} = (1-U)^3$

Lösen Sie für beide Fälle folgende Aufgaben:

a) Stellen Sie X_{ij} $(i = 1, 2)$ in Abhängigkeit von U graphisch dar.

b) Berechnen Sie $Cov(X_{1j}, X_{2j})$.

c) Berechnen Sie $Var(X_{1j} - X_{2j})$ jeweils bei Verwendung gemeinsamer und unabhängiger Zufallszahlen.

d) Implementieren Sie die obigen Modelle und bestimmen jeweils die Schätzer für $Cov(X_{1j}, X_{2j})$ und $Var(X_{1j} - X_{2j})$ für unterschiedliche Beobachtungszahlen.

Themenbereich: Rangbildung und Auswahl

Aufgabe 2

Eine Bank plant die Aufstellung neuer Geldautomaten. Es stehen zwei Modelle zur Auswahl, Typ 1 ist doppelt so schnell wie Typ 2, kostet aber auch doppelt so viel. Die Frage ist, ob eine Maschine vom Typ1 oder zwei vom Typ 2 aufgestellt werden. Messungen habe ergeben, dass die mittlere Bediendauer an Automaten vom Typ 1 0.9 Minuten ist und bei Maschinen vom Typ 2 1.8 Minuten. Weiterhin ist bekannt, dass zu Stoßzeiten die mittlere Zwischenankunftszeit der Kunden 1 Minute beträgt. Die Bedienzeiten und Zwischenankunftszeiten können durch Exponentialverteilungen gut approximiert werden.

Damit lassen sich abstrakt die beiden Automatentypen als $M/M/1-$und $M/M/2$-System modellieren.

Zum Vergleich der beiden Konfigurationen soll die mittelere Verweilzeit der ersten 100 Kunden, $d_1(100)$ und $d_2(100)$ verglichen werden. Sei $W = d_1(100) - d_2(100)$.

a) Führen Sie 5 unabhängige Replikationen für beide Konfigurationen durch und berechnen das 90% t-Konfidenzintervall für W.

b) Bestimmen Sie aus den Daten für a) das 90% Konfidenzintervall nach der Methode von Welch.

c) Benutzen Sie die in der Vorlesung vorgestellten Verfahren zur Rangbildung, um ein Rangfolge zwischen den beiden Konfigurationen zu ermitteln.

Aufgabe 3

In einer Firma gibt es m Maschinen, die nach einer exponentiell verteilten Zeit mit einem Erwartungswert von 8 Stunden ausfallen. Zur Reparatur ausgefallener Maschinen existieren s Handwerker, die jeweils eine exponentiell verteilte Zeit mit Erwartungswert 2 Stunden zur Reparatur benötigen. Eine Maschine wird jeweils nur von einem Handwerker repariert, wenn mehr Maschinen ausgefallen sind, als Handwerker vorhanden sind, so werden die ausgefallenen Maschinen nach FCFS repariert. Eine Ausfallstunde einer Maschine kostet den Betrieb 200 Euro, während eine Beschäftigungsstunde eines Handwerkers 40 Euro kostet. Handwerker müssen natürlich auch bezahlt werden, wenn sie gerade keine Maschine reparieren.

Ziel einer Simulation soll es nun sein, eine "optimale" Zahl von Handwerkern s für $m = 5$ Maschinen zu finden. Nutzen Sie dazu die in der Vorlesung behandelten Auswahlprozeduren. Die Werte von h, die für die Prozedur auf Folie 27 benötigt werden, sind der folgenden Tabelle zu entnehmen.

$1-\alpha$	n_0	$K=2$	$K=3$	$K=4$	$K=5$
0.9	20	1.896	2.342	2.583	2.747
0.9	40	1.852	2.283	2.514	2.669
0.95	20	2.453	2.872	3.101	3.258
0.95	40	2.386	2.786	3.003	3.150