

Modellierung eingebetteter und verteilter Systeme

Übungsblatt 10

Aufgabe 10.1: kontinuierliche Markovketten (9 Punkte)

Betrachten Sie die Markov-Kette $\{X(t)\}$ mit Zustandsraum $X = \{0,1,2,3,4\}$ und Transitionsratenmatrix Q :

$$Q = \begin{bmatrix} -\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(\lambda + \mu_1) & \lambda & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu_1 & 0 & \mu_1 \\ \mu_2 & 0 & 0 & -(\lambda + \mu_2) & \lambda \\ 0 & \mu_2 & 0 & 0 & -\mu_2 \end{bmatrix}$$

- Zeichnen Sie das Transitionsratendiagramm
- Ermitteln Sie stationären Zustandswahrscheinlichkeiten (wenn sie existieren) für $\lambda = 1, \mu_1 = 3/2, \mu_2 = 7/4$

Aufgabe 10.2: M/M/1 Queue (3 Punkte)

Es soll ein Flughafen für Propellermaschinen entwickelt werden, der eine Start- und eine Ladebahn besitzt. Die Landezeit einer Maschine ist exponentialverteilt und dauert im Mittel $1\frac{1}{2}$ Minuten. Es wird angenommen, dass Flugzeuge mit exponentialverteilten Zwischenankunftszeiten am Flughafen eintreffen.

Welche Ankunftsrate kann maximal toleriert werden, wenn die mittlere Wartezeit eines Flugzeugs vor der Landung 3 Minuten nicht überschreiten soll? Lösen sie die Aufgabe analytisch mit Hilfe einer geeigneten M/M/1 Warteschlange.

Begründen sie detailliert die Zuordnung der Elemente des Flughafenmodells zu den Komponenten des Warteschlangensystems.