

## Modellierung eingebetteter und verteilter Systeme

### Übungsblatt 5

#### Aufgabe 5.1: Markov-Ketten (6 Punkte)

Betrachten Sie noch einmal das Wetter-Beispiel aus der Vorlesung. Es gibt die Wetterlagen „sonnig“, „bewölkt“ und „regnerisch“. Sei  $X_k$  das Wetter am  $k$ -ten Tag ( $k=1,2,3,\dots$ ). Für die Veränderung des Wetters sind die Wahrscheinlichkeiten in folgender Matrix angegeben:

$$P = \begin{bmatrix} 0,4 & 0,4 & 0,2 \\ 0,5 & 0,3 & 0,2 \\ 0,1 & 0,5 & 0,4 \end{bmatrix}$$

- Zeichnen Sie ein Transitionsdiagramm für diese Kette
- Angenommen das heutige Wetter ist bewölkt, wie ist die Wettervorhersage für die nächsten 2 Tage?
- Wenn heute ein sonniger Tag ist, wie viele Tage muss man durchschnittlich warten bis wieder die Sonne scheint?

#### Aufgabe 5.2 Markov-Ketten (6 Punkte)

Das Brutverhalten der Gemeinen Brüll-Amsel ist wie folgt: Ein Paar kann pro Jahr ein Ei ausbrüten, wenn am Ende des Jahres kein Nachwuchs im Nest sitzt besteht im nächsten Jahr eine Chance von 50% auf erneutes Brüten.

Gibt es einen Nachwuchs so verringert sich die Chance auf ein weiteres Ei für das nächste Jahr auf 40%, ist dies schon das zweite Küken im Nest so fällt die Chance auf nur 10% für Nachfahren im nächsten Jahr. Besitzt das Paar schon 3 Küken setzt es das Brüten aus. Wenn ein Paar brütet ist die Chance auf zwei Eier gleichzeitig, also „Zwillinge“, bei 2%. Größere Gelege gibt es jedoch nicht.

Übrigens: trotz ihres mehr als auffälligen Verhaltens sind die Brüll-Amseln sehr erfolgreiche Eltern, aus jedem Ei schlüpft auch ein Küken. Die kleinen Vögel sind jedoch ewige Nesthocker, im Beobachtungszeitraum wird keines flügge und verlässt das Nest oder wird von Raubtieren erlegt.

Sie  $X_k$  die Anzahl der Nachkommen eines Pärchens im  $k$ -ten Jahr. Es gilt zu Anfang  $X_0=0$ .

- Welchen Zustandsraum hat diese Kette? Zeichnen Sie das Transitionsdiagramm.
- Ermitteln Sie die Transitionswahrscheinlichkeiten für  $P[X_2 = j \mid X_1 = i]$  für alle möglichen Werte von  $i$  und  $j$ .
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Pärchen ein Küken am Ende des zweiten Jahres hat.