

# Modellgestützte Analyse und Optimierung (SS 2009)

## Übungsblatt 4

### Aufgabe 4.1:

(2 Punkte)

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \quad \text{für } 0 \leq x \leq c$$

- Wie muss  $c$  gewählt werden, damit  $f(x)$  die Dichtefunktion einer kontinuierlichen Zufallsvariable  $X$  ist? Setzen sie dann die Aufgabe mit dem ermittelten Wert für  $c$  fort.
- Berechnen sie die Verteilungsfunktion  $F(x)$ .
- Zeichnen sie den Graphen der Dichtefunktion und der Verteilungsfunktion.
- Berechnen sie  $P\left[\frac{1}{3} \leq X \leq \frac{2}{3}\right]$ , sowie den Erwartungswert  $E[X]$  und die Varianz  $\text{Var}[X]$ .

### Aufgabe 4.2:

(4 Punkte)

Betrachten sie den linearen Kongruenzgenerator

$$Z_i = (a \cdot Z_{i-1} + c) \bmod m$$

mit  $m = 1000$ ,  $a = 21$ ,  $c = 3$ .

- Zeigen sie, dass der Generator volle Periodenlänge hat.
- Initialisieren sie den Generator mit  $Z_0 = 42$  und erzeugen sie die 12 Zufallszahlen  $Z_0, Z_1, \dots, Z_{11}$ .
- Transformieren sie ihre Zufallszahlen in  $[1,6)$ -gleichverteilte Zufallszahlen.
- Berechnen sie den Mittelwert sowie die Stichprobenvarianz ihrer „Ziehungen“ und vergleichen sie die Werte mit dem Erwartungswert und der Varianz einer auf  $[2,4)$ -gleichverteilten Zufallsvariable.
- Bestimmen sie die Anzahl der „Runs“ in ihrer Zufallszahlenfolge nach dem *Runs-Test* und vergleichen sie sie mit dem theoretisch erwarteten Wert für lange Zufallszahlenfolgen.
- Nutzen sie ihre Zufallszahlenfolge zur Realisierung von drei exponentialverteilten Zufallszahlen mit Parameter  $\lambda = 0.6$ .

### Aufgabe 4.3: (zum Simulationstool „Arena“)

(6 Punkte)

Starten sie Arena und öffnen sie das Beispielmodell „Model 03-01“ aus dem „Book Examples“-Verzeichnis, welches sie vorher in ihr eigenes Verzeichnis kopiert haben (siehe Beschreibung unten).

- a) Lesen sie die Einführung in den Gebrauch von Arena, die sie auf der Webseite der Übungen zur Vorlesung finden. Machen sie sich mit dem Modell vertraut, indem sie die unterschiedlichen Symbole für *Create*, *Process* und *Dispose* im Modell durch Doppelklick öffnen und deren Bedeutung verstehen. Simulieren sie das Modell für die vorgegebenen Einstellungen und betrachten sie die resultierenden Leistungsgrößen. Vergleichen sie die Ergebnisse mit ihren Ergebnissen aus Aufgabe 1.1. Was stellen sie fest?
- b) Simulieren sie das Modell mit 5 Replikationen, indem sie im Menu *Run > Setup > Replication Parameters* entsprechende Anpassungen vornehmen. Betrachten sie den *Category Overview* Report und den *Category by Replication* Report, den sie im Menu *Run > Setup > Reports* wählen können. Erklären sie die beiden Reports und insbesondere den Unterschied zwischen den beiden Reports.
- c) Verlängern sie den Simulationslauf auf 12h. Führen sie keine Replikationen durch. Verändern sie die Ausgabeplots so, dass der Simulationslauf komplett dargestellt wird. Ist ihnen die Darstellung des Simulationslaufs zu langsam? Dann ändern sie die Geschwindigkeit im Menu *Run > Setup > Run Speed*.
- d) Implementieren sie einen neuen Statistik-Kollektor, der die Gesamtzahl an Kunden im System beschreibt (*work in process, WIP*). Informieren sie sich im Arena Hilfe-Menu unter *EntitiesWIP*. Nutzen sie den *Expression Builder* zum Einfügen dieser Statistik. Fügen sie dem Modell einen neuen Ausgabeplot für diese Statistik hinzu.

### Nutzung des Simulationstools „Arena“:

Eine Einführung in den Gebrauch von Arena finden sie auf der Webseite der Übungen zu dieser Vorlesung oder im Arena Hilfe-Menu.

### Abgabe der Arena Übungsaufgaben:

Abgabe der Lösungen zu Aufgabe 4.3 c) und d) per E-Mail an den Übungsgruppenleiter.

Dennis Müller:            dennis.mueller@tu-dortmund.de