

Modellgestützte Analyse und Optimierung (SS 2009)

Übungsblatt 8

Aufgabe 8.1:

(5 Punkte)

Gegeben seien die folgenden Stichprobenwerte y_i :

0,53	0,82	0,77	0,02	0,38	0,43	0,59	0,11	1,99	1,41
0,46	0,49	1,62	2,97	0,53	0,66	0,93	4,86	2,21	1,05
0,15	0,01	2,22	0,01	1,17	0,63	1,6	0,93	1,17	1,64
0,72	0,68	0,03	3,54	0,43	0,28	1,29	0,06	1,56	0,1

mit $\sum y_i = 41,05$ und $\sum y_i^2 = 83,36$.

- Testen Sie mithilfe des L^2 -Anpassungstests, ob die folgende H_0 -Hypothesen verworfen werden müssen oder nicht:
 - Diese Stichprobe stammt aus einer Negativ-Exponentialverteilung.
 - Diese Stichprobe stammt aus einer $N(1, 1)$ -Verteilung.
- Testen sie die H_0 -Hypothesen aus Aufgabenteile a) mit dem *Kolmogoroff-Smirnoff-Test*.
- Geben Sie 95%-Konfidenzintervalle für μ an. σ^2 sei dabei unbekannt. Verwenden Sie dazu die *Tschebyscheff-Ungleichung*, die *Normalverteilungsapproximation* und die *t-Verteilung*.

Aufgabe 8.2:

(3 Punkte)

Nehmen sie an, dass X und Y diskrete Zufallsvariablen sind, mit:

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y}{30} & ; x \in \{0, 1, 2\}, y \in \{0, 1, 2, 3\} \\ 0 & ; \text{sonst} \end{cases}$$

- Berechnen und zeichnen sie $p_X(x)$ und $p_Y(y)$.
- Sind X und Y unabhängig?
- Berechnen und zeichnen sie $F_X(x)$ und $F_Y(y)$.
- Berechnen sie $E(X)$, $\text{Var}(X)$, $E(Y)$, $\text{Var}(Y)$, Kovarianz $\text{Cov}(X, Y) = E[XY] - E[X]E[Y]$ und Korrelation

$$\text{Cor}(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)\text{Var}(Y)}}.$$

Aufgabe 8.3: (zum Simulationstool „Arena“)

(4 Punkte)

In einer Fabrik soll ein bestimmter Produktionsablauf untersucht werden. Aus einem Lager werden Stahlblöcke entnommen und aufgeheizt. Anschließend kommen sie in ein Zwischenlager. Aus diesem Zwischenlager werden sie entnommen und von mehreren Maschinen weiterverarbeitet:

- Gehen sie davon aus, dass das Lager L der kalten Stahlblöcke ausreichend groß und gefüllt ist.
- Das Aufheizen benötigt eine gewisse Zeit, die durch eine normalverteilte Zufallsvariable mit Parameter $\langle 1, 0.5 \rangle$ gegeben ist.
- Kann ein erhitzter Stahlblock nicht in das Zwischenlager transportiert werden, muss er entsorgt werden.
- Das Zwischenlager Z kann maximal 2 Stahlblöcke aufnehmen und ist zu Beginn leer.
- Zur Weiterverarbeitung stehen 4 identische Maschinen B_i ($i = 1, \dots, 4$) zur Verfügung. Sie benötigen eine gewisse Zeit zur Bearbeitung der Blöcke. Die benötigte Zeit ist gleichverteilt im Intervall $[3,9; 4,9]$.

Erstellen sie ein zu dieser Beschreibung passendes Modell und fügen sie einige Plots hinzu:

- i) Anzahl der aufgeheizten und der fertiggestellten Blöcke
 - ii) Aktuelle und durchschnittliche Anzahl Blöcke im Lager
 - iii) Aktuelle und durchschnittliche Anzahl aktiver Maschinen B_i .
-
- a) Nachdem sie das Modell erstellt haben, simulieren sie bis zu dem Zeitpunkt an dem das fünfte Teil nach dem Erhitzen entsorgt werden muss. Sie müssen diesen Zeitpunkt nicht händisch bestimmen.
 - b) Fügen sie eine fünfte Maschine hinzu und führen die Simulation erneut durch, bis das fünfte Teil entsorgt werden muss.

Schicken sie die beiden Simulationsmodelle (Namensgebung $\langle \text{Matrikelnummer} \rangle - 83 \langle a, b \rangle$) an dennis.mueller@uni-dortmund.de.