Ausgabedatum: 15.06.2009
Abgabedatum: 22.06.2009

Modellgestützte Analyse und Optimierung (SS 2009)

Übungsblatt 10

Aufgabe 10.1 (4 Punkte)

Ein Unternehmen verfügt über zwei Produktionsfaktoren: Eine Maschine **M**, die in der Planungsperiode 2400 Stunden eingesetzt werden kann, sowie einen Rohstoff **R**, von dem in der Planungsperiode 600 Mengeneinheiten (ME) zur Verfügung stehen. Damit sind die Produkte $\mathbf{P_1}$ und $\mathbf{P_2}$ herstellbar. Um eine Mengeneinheit von $\mathbf{P_1}$ herzustellen, werden sechs Maschinenstunden sowie 1 ME von **R** benötigt. Für die Herstellung einer ME von $\mathbf{P_2}$ braucht man 2 ME von **R** und vier Maschinenstunden.

Die Kosten pro ME sowie die Erlöse pro ME sind mengenunabhängig. Für $\mathbf{P_1}$ erhält das Unternehmen 40€/ME und hat Kosten in Höhe von 34€. Die Kosten für eine ME von $\mathbf{P_2}$ sind 52€; der Erlös beträgt 60€/ME. Das Produkt **P2** kann am Markt nur mit höchstens 250 ME abgesetzt werden.

a) Welche Art von Produktionsprogramm sucht das Unternehmen? Soll die Zielfunktion minimiert oder maximiert werden?
b) Formulieren Sie ein entsprechendes Optimierungsmodell.
c) Lösen Sie dieses Problem grafisch.
d) Überführen Sie das Modell in die Standardform.

Aufgabe 10.2 (6 Punkte)

Sind folgende Mengen konvex? (Zeigen oder widerlegen Sie bitte)

a) $M_1 = \{x \in R^n \mid Ax \leq b;\ x \geq 0;\ n \geq 1;\ A \in R^n x\, R^n;\ b \in R^n\}$ **(1 Punkt)**
b) $M_2 = \{x \in R^n \mid Ax \leq b \wedge x_i \in \{0;1\}\ \forall_i = 1,\dots, n;\ n \geq 1;\ A \in R^n x\, R^n;\ b \in R^n\}$ **(1 Punkt)**
c) $M_3 = \{x \in R^2 \mid (x_1 - a)^2 + (x_2 - b)^2 \leq c^2;\ a, b, c \in R\}$ **(4 Punkte)**

Aufgabe 10.3: (2 Punkte)

Beweisen sie folgende Behauptung:

Ist eine Menge $K_1 \in R^n$ konvex, dann ist $K_2 = \{x \mid x \in K_1 \wedge \sum_{i=1}^{n} a_i x_i \leq c;\ a_i, c \in R\}$ konvex.