

Modellierung und Analyse eingebetteter und verteilter Systeme

Übungsblatt 11

Ausgabe: 4. Januar, **Abgabe:** 12. Januar, 12 Uhr

Aufgabe 11.1 (6 Punkte) Markov-Ketten

Ein elektronisches Gerät mit interner Uhr generiert zufällig die Nummern 0, 1 oder 2 bei jedem Ticken der Uhr. Dabei werden die folgenden Regeln beachtet:

- Wenn zuletzt eine 0 generiert wurde, so ist die nächste Zahl wieder eine 0 mit der Wahrscheinlichkeit 0,5 oder eine 1 mit der Wahrscheinlichkeit 0,5.
- Wenn zuletzt eine 1 generiert wurde, so ist die nächste Zahl wieder eine 1 mit der Wahrscheinlichkeit von 0,4 oder eine 2 mit der Wahrscheinlichkeit von 0,6.
- Wenn zuletzt eine 2 generiert wurde, so ist die nächste Zahl eine 0 mit der Wahrscheinlichkeit von 0,7 oder eine 1 mit der Wahrscheinlichkeit von 0,3.

Bevor die Uhr anfängt zu Ticken wird eine Nummer generiert: 0 mit Wahrscheinlichkeit 0,3, 1 mit Wahrscheinlichkeit 0,3 und 2 mit Wahrscheinlichkeit 0,4. Am Gerät ist eine Lampe angebracht die aufleuchtet sobald die Zahlenfrequenz $\{1, 2, 0\}$ generiert wurde. Die Uhr besitzt ein Display mit der zuletzt ausgegebenen Nummer.

- a) Zeichnen Sie ein Zustandstransitionsdiagramm für diese Kette mit allen Wahrscheinlichkeiten und Transitionen.
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Lampe nach exakt 2 Uhr-Ticks aufleuchtet.
- c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Lampe nach exakt 3 Uhr-Ticks aufleuchtet.
- d) Nehmen Sie an, Sie bekommen das Gerät in die Hand während das Display die Nummer 1 anzeigt. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Lampe nach exakt 2 Uhr-Ticks anfängt zu leuchten? Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für ein Leuchten nach 3 Uhr-Ticks?

Aufgabe 11.2 (6 Punkte) Markov-Ketten

Benutzen Sie die Methode der Uniformisierung, um eine zeitdiskrete Markov-Kette für $\{X(t)\}$ aus der Aufgabe 10.2 abzuleiten. Ermitteln Sie die stationären Zustandswahrscheinlichkeiten (falls sie existieren). Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit dem Teil b) der Aufgabe 10.2.

Vorlesung: <http://ls4-www.cs.uni-dortmund.de/Lehre/10-41211.html>

Übung: <http://ls4-www.cs.uni-dortmund.de/Lehre/10-41212.html>