Andreas van Almsick, Marcus Völker
Lehrstuhl Informatik IV, Universität Dortmund

7. Mai 1998

Übung 3

(8) Gegeben sei ein linearer Kongruenz-Generator mit Modul $m = 2^b$, $b \in \mathcal{N} + 2$: *3 Punkte*

$$z_0 = 0$$

$$z_{i+1} \equiv (2^{b-1} + 1)z_i + 1 (\text{mod } m), 0 \leq z_{i+1} < m, i \in \mathcal{N}_0$$

Die $u_i = z_i/m \quad (i \in [0 : m-1])$ sind die daraus erzeugten Standard-ZZ einer Periode.

Stellen Sie die für b=4 erzeugten (u_i, u_{i+1})-Tupel einer Periode in $[0,1)^2$ graphisch dar. Suggeriert Ihnen die Graphik, daß die u_i's eine unabhängige, aus der Verteilung von U (auf $[0,1)$ gleichverteilte ZV) gezogene Stichprobe sind (abstrahieren Sie dabei vom zu kleinen Modul)?

Hat die Seed-Wahl Einfluß auf die Periodenlänge des Generators?

(9) Sei U eine auf $[0,1)$ bzw. auf $(0,1]$ bzw. auf $(0,1)$ gleichverteilte, kontinuierliche ZV. *3 Punkte* Sei Y eine kontinuierliche ZV mit Bild(Y)=I, wobei I ein Intervall bezeichne und FY streng monoton steigend auf I sei. Sei t streng monoton fallend auf Def(t):=Bild(U) und Y=t(U). Zeigen Sie

$$t = F^{-1} \quad \text{auf Bild(U)},$$

wobei $F(y) = P[Y \leq y], y \in I$.

Geben Sie speziell für eine ZV Y mit Verteilungsfunktion

$$FY(y) = \begin{cases} 0 & \text{falls} \quad y < 0 \\ y^{\frac{3}{2}} & \text{falls} \quad 0 \leq y \leq 1 \\ 1 & \text{falls} \quad 1 < y \end{cases}$$

die daraus resultierende Transformation an.

(10) Zeigen Sie, daß *3 Punkte*

$$1 + \left\lfloor \frac{\ln(1-U)}{\ln\alpha} \right\rfloor$$

aus einer auf $[0,1)$ gleichverteilten kontinuierlich ZZ eine α-geometrisch-verteilte ZZ generiert ($\alpha \in (0,1)$).

(11) Finden Sie eine Transformation zur Generierung von Realisierungen der mit den *3 Punkte* Parametern $a, b, c, \quad (a < c < b)$, dreieckverteilten ZV Y (ausgehend von der gleichverteilten kontinuierlichen ZV U).

Die Dichtefunktion der ZV Y ist gegeben durch

$$fY(y) = \begin{cases} \frac{2(y-a)}{(b-a)(c-a)} & \text{falls} \quad a \leq y \leq c \\ \frac{2(b-y)}{(b-a)(c-a)} & \text{falls} \quad c < y \leq b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Die Transformationsmethode soll die einfache Verwerfung mit $\alpha = 2$ sein. Fällt Ihnen noch ein andere anwendbare Methode ein?

Ihre Lösungen zu den Aufgaben können Sie bis zum 13. Mai 1998 um 12.00 Uhr in den Briefkasten 18 im Pavillon 6 einwerfen.