Andreas van Almsick, Marcus Völker
Lehrstuhl Informatik IV, Universität Dortmund

28. Mai 1998

Übung 6

(17) Gegegeben ist folgende Stichprobe:

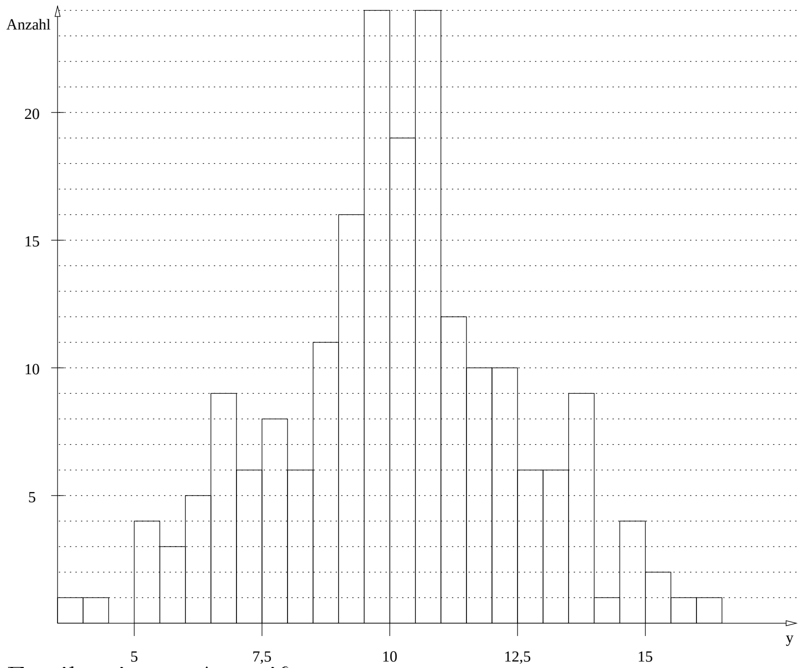
$y_1 = 9.85$,	$y_2 = 7.47$,	$y_3 = 9.59$,	$y_4 = 10.77$,	$y_5 = 10.68$,
$y_6 = 11.09$,	$y_7 = 9.10$,	$y_8 = 6.16$,	$y_9 = 9.07$,	$y_{10} = 8.78$,
$y_{11} = 10.78$,	$y_{12} = 13.33$,	$y_{13} = 6.24$,	$y_{14} = 8.78$,	$y_{15} = 9.75$,
$y_{16} = 8.56$,	$y_{17} = 9.16$,	$y_{18} = 9.89$,	$y_{19} = 13.76$,	$y_{20} = 12.41$,
$y_{21} = 8.70$,	$y_{22} = 10.89$,	$y_{23} = 11.85$,	$y_{24} = 9.76$,	$y_{25} = 9.79$,
$y_{26} = 10.13$,	$y_{27} = 9.74$,	$y_{28} = 12.70$,	$y_{29} = 12.29$,	$y_{30} = 9.68$,
$y_{31} = 10.52$,	$y_{32} = 5.63$,	$y_{33} = 6.31$,	$y_{34} = 12.31$,	$y_{35} = 9.26$,
$y_{36} = 11.38$,	$y_{37} = 9.44$,	$y_{38} = 10.51$,	$y_{39} = 15.26$,	$y_{40} = 12.12$,
$y_{41} = 9.87$,	$y_{42} = 12.79$,	$y_{43} = 8.63$,	$y_{44} = 10.60$,	$y_{45} = 6.84$,
$y_{46} = 7.19$,	$y_{47} = 8.94$,	$y_{48} = 10.66$,	$y_{49} = 11.06$,	$y_{50} = 5.26$,
$y_{51} = 13.09$,	$y_{52} = 10.34$,	$y_{53} = 9.31$,	$y_{54} = 10.16$,	$y_{55} = 9.73$,
$y_{56} = 5.83$,	$y_{57} = 12.46$,	$y_{58} = 10.65$,	$y_{59} = 14.51$,	$y_{60} = 7.30$,
$y_{61} = 7.79$,	$y_{62} = 6.73$,	$y_{63} = 12.57$,	$y_{64} = 11.12$,	$y_{65} = 11.53$,
$y_{66} = 13.46$,	$y_{67} = 9.88$,	$y_{68} = 11.43$,	$y_{69} = 11.88$,	$y_{70} = 5.75$,
$y_{71} = 8.42$,	$y_{72} = 10.75$,	$y_{73} = 5.50$,	$y_{74} = 9.24$,	$y_{75} = 6.75$,
$y_{76} = 9.96$,	$y_{77} = 10.17$,	$y_{78} = 12.74$,	$y_{79} = 10.21$,	$y_{80} = 6.78$,
$y_{81} = 10.89$,	$y_{82} = 6.98$,	$y_{83} = 10.94$,	$y_{84} = 10.92$,	$y_{85} = 7.91$,
$y_{86} = 11.92$,	$y_{87} = 9.75$,	$y_{88} = 15.46$,	$y_{89} = 11.88$,	$y_{90} = 10.84$,
$y_{91} = 6.89$,	$y_{92} = 9.98$,	$y_{93} = 10.43$,	$y_{94} = 10.84$,	$y_{95} = 11.15$,
$y_{96} = 11.75$,	$y_{97} = 10.28$,	$y_{98} = 12.45$,	$y_{99} = 13.56$,	$y_{100} = 6.73$,
$y_{101} = 9.84$,	$y_{102} = 12.02$,	$y_{103} = 8.81$,	$y_{104} = 9.29$,	$y_{105} = 10.89$,
$y_{106} = 8.92$,	$y_{107} = 10.93$,	$y_{108} = 3.82$,	$y_{109} = 11.51$,	$y_{110} = 10.11$,
$y_{111} = 10.86$,	$y_{112} = 10.02$,	$y_{113} = 8.20$,	$y_{114} = 8.44$,	$y_{115} = 12.14$,
$y_{116} = 12.69$,	$y_{117} = 7.14$,	$y_{118} = 10.88$,	$y_{119} = 7.95$,	$y_{120} = 10.52$,
$y_{121} = 9.72$,	$y_{122} = 14.72$,	$y_{123} = 9.97$,	$y_{124} = 9.90$,	$y_{125} = 8.32$,
$y_{126} = 7.81$,	$y_{127} = 7.77$,	$y_{128} = 8.08$,	$y_{129} = 9.37$,	$y_{130} = 11.32$,
$y_{131} = 10.19$,	$y_{132} = 10.33$,	$y_{133} = 9.28$,	$y_{134} = 14.75$,	$y_{135} = 9.99$,
$y_{136} = 4.48$,	$y_{137} = 8.60$,	$y_{138} = 9.85$,	$y_{139} = 13.11$,	$y_{140} = 13.03$,
$y_{141} = 10.55$,	$y_{142} = 6.97$,	$y_{143} = 6.22$,	$y_{144} = 9.39$,	$y_{145} = 13.57$,
$y_{146} = 7.67$,	$y_{147} = 10.06$,	$y_{148} = 11.24$,	$y_{149} = 7.38$,	$y_{150} = 14.41$,
$y_{151} = 13.56$,	$y_{152} = 16.11$,	$y_{153} = 1.98$,	$y_{154} = 5.24$,	$y_{155} = 10.75$,
$y_{156} = 7.51$,	$y_{157} = 8.82$,	$y_{158} = 10.45$,	$y_{159} = 13.95$,	$y_{160} = 11.06$,
$y_{161} = 10.17$,	$y_{162} = 7.94$,	$y_{163} = 6.48$,	$y_{164} = 11.67$,	$y_{165} = 12.28$,
$y_{166} = 8.86$,	$y_{167} = 9.80$,	$y_{168} = 7.30$,	$y_{169} = 12.87$,	$y_{170} = 13.82$,
$y_{171} = 10.21$,	$y_{172} = 11.75$,	$y_{173} = 11.52$,	$y_{174} = 9.25$,	$y_{175} = 13.58$,
$y_{176} = 9.99$,	$y_{177} = 9.85$,	$y_{178} = 9.43$,	$y_{179} = 10.30$,	$y_{180} = 5.21$,
$y_{181} = 8.31$,	$y_{182} = 14.70$,	$y_{183} = 10.66$,	$y_{184} = 9.66$,	$y_{185} = 13.92$,
$y_{186} = 10.33$,	$y_{187} = 9.29$,	$y_{188} = 15.53$,	$y_{189} = 10.15$,	$y_{190} = 13.69$,
$y_{191} = 10.24$,	$y_{192} = 11.41$,	$y_{193} = 13.41$,	$y_{194} = 11.06$,	$y_{195} = 12.23$,
$y_{196} = 6.87$,	$y_{197} = 9.16$,	$y_{198} = 11.37$,	$y_{199} = 10.70$,	$y_{200} = 9.18$,

Es gilt: $\sum_{i=1}^{200} y_i = 2019,52$ und $\sum_{i=1}^{200} y_i^2 = 21532,07$.

Andreas van Almsick, Marcus Völker
Lehrstuhl Informatik IV, Universität Dortmund

28. Mai 1998

Die Werte sind in folgendes Histogramm eingeordnet:



Es gibt einen "Ausreißer".

(i) Vergleichen Sie die Form des Histogramms mit folgenden Verteilungstypen: *4 Punkte*

Negativ-Exponential-Verteilung	$fY(y) = \lambda e^{-\lambda y}$	$y \geq 0$
Normal-Verteilung	$fY(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-(y-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	
Lognormal-Verteilung	$fY(y) = \frac{1}{y\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{(\ln(y)-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$x > 0$
Gleich-Verteilung	$fY(y) = \frac{1}{b-a}$	$a < y \leq b$
Weibull-Verteilung	$fY(y) = \alpha\beta^{-\alpha} y^{\alpha-1} e^{-(y/\beta)^\alpha}$	$y > 0$

Skizzieren Sie dazu die Dichtefunktionen der einzelnen Verteilungen. Variieren Sie die Parameter der Verteilungen. Welche Verteilung paßt am besten?

(ii) Überprüfen Sie Ihre Hypothese mit einem Probability Plot. Welche Aussagen lassen sich hieraus treffen? *2 Punkte*

(iii) Schätzen Sie die Parameter für den vermuteten Verteilungstyp. Benutzen Sie dazu die Maximum-Likelihood-Methode (Log-Likelihood-Funktion). *3 Punkte*

(iv) Nutzen Sie die obige Verteilung der Werte auf Intervalle zur Durchführung eines Chi-Quadrat-Tests. Wählen Sie dazu das Niveau $\alpha = 0.05$. Nutzen Sie dazu die Tafel auf der folgenden Seite. *3 Punkte*

Andreas van Almsick, Marcus Völker
Lehrstuhl Informatik IV, Universität Dortmund

28. Mai 1998

1.1.2.10. Obere 100α-prozentige Werte χ^2_α der χ^2-Verteilung (s. 5.2.3.)

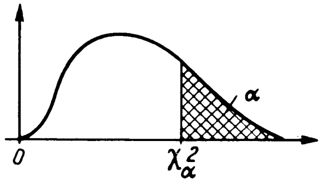


Abb. 1.4

Anzahl der Freiheitsgrade m	Wahrscheinlichkeit $p = \alpha$														
	0,99	0,98	0,95	0,90	0,80	0,70	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,005	0,002	0,001
1	0,00016	0,0006	0,0039	0,016	0,064	0,148	0,455	1,07	1,64	2,7	3,8	5,4	6,6	7,9	9,5	10,83
2	0,020	0,040	0,103	0,211	0,446	0,713	1,386	2,41	3,22	4,6	6,0	7,8	9,2	10,6	12,4	13,8
3	0,115	0,185	0,352	0,584	1,005	1,424	2,366	3,67	4,64	6,3	7,8	9,8	11,3	12,8	14,8	16,3
4	0,30	0,43	0,71	1,06	1,65	2,19	3,36	4,9	6,0	7,8	9,5	11,7	13,3	14,9	16,9	18,5
5	0,55	0,75	1,14	1,61	2,34	3,00	4,35	6,1	7,3	9,2	11,1	13,4	15,1	16,8	18,9	20,5
6	0,87	1,13	1,63	2,20	3,07	3,83	5,35	7,2	8,6	10,6	12,6	15,0	16,8	18,5	20,7	22,5
7	1,24	1,56	2,17	2,83	3,82	4,67	6,35	8,4	9,8	12,0	14,1	16,6	18,5	20,3	22,6	24,3
8	1,65	2,03	2,73	3,49	4,59	5,53	7,34	9,5	11,0	13,4	15,5	18,2	20,1	22,0	24,3	26,1
9	2,09	2,53	3,32	4,17	5,38	6,39	8,34	10,7	12,2	14,7	16,9	19,7	21,7	23,6	26,1	27,9
10	2,56	3,06	3,94	4,86	6,18	7,27	9,34	11,8	13,4	16,0	18,3	21,2	23,2	25,2	27,7	29,6
11	3,1	3,6	4,6	5,6	7,0	8,1	10,3	12,9	14,6	17,3	19,7	22,6	24,7	26,8	29,4	31,3
12	3,6	4,2	5,2	6,3	7,8	9,0	11,3	14,0	15,8	18,5	21,0	24,1	26,2	28,3	30,9	32,9
13	4,1	4,8	5,9	7,0	8,6	9,9	12,3	15,1	17,0	19,8	22,4	25,5	27,7	29,8	32,5	34,5
14	4,7	5,4	6,6	7,8	9,5	10,8	13,3	16,2	18,2	21,1	23,7	26,9	29,1	31,3	34,0	36,1
15	5,2	6,0	7,3	8,5	10,3	11,7	14,3	17,3	19,3	22,3	25,0	28,3	30,6	32,8	35,6	37,7
16	5,8	6,6	8,0	9,3	11,2	12,6	15,3	18,4	20,5	23,5	26,3	29,6	32,0	34,3	37,1	39,3
17	6,4	7,3	8,7	10,1	12,0	13,5	16,3	19,5	21,6	24,8	27,6	31,0	33,4	35,7	38,6	40,8
18	7,0	7,9	9,4	10,9	12,9	14,4	17,3	20,6	22,8	26,0	28,9	32,3	34,8	37,2	40,1	42,3
19	7,6	8,6	10,1	11,7	13,7	15,4	18,3	21,7	23,9	27,2	30,1	33,7	36,2	38,6	41,6	43,8
20	8,3	9,2	10,9	12,4	14,6	16,3	19,3	22,8	25,0	28,4	31,4	35,0	37,6	40,0	43,0	45,3
21	8,9	9,9	11,6	13,2	15,4	17,2	20,3	23,9	26,2	29,6	32,7	36,3	38,9	41,4	44,5	46,8
22	9,5	10,6	12,3	14,0	16,3	18,1	21,3	24,9	27,3	30,8	33,9	37,7	40,3	42,8	45,9	48,3
23	10,2	11,3	13,1	14,8	17,2	19,0	22,3	26,0	28,4	32,0	35,2	39,0	41,6	44,2	47,3	49,7
24	10,9	12,0	13,8	15,7	18,1	19,9	23,3	27,1	29,6	33,2	36,4	40,3	43,0	45,6	48,7	51,2
25	11,5	12,7	14,6	16,5	18,9	20,9	24,3	28,2	30,7	34,4	37,7	41,6	44,3	46,9	50,1	52,6
26	12,2	13,4	15,4	17,3	19,8	21,8	25,3	29,2	31,8	35,6	38,9	42,9	45,6	48,3	51,6	54,1
27	12,9	14,1	16,2	18,1	20,7	22,7	26,3	30,3	32,9	36,7	40,1	44,1	47,0	49,6	52,9	55,5
28	13,6	14,8	16,9	18,9	21,6	23,6	27,3	31,4	34,0	37,9	41,3	45,4	48,3	51,0	54,4	56,9
29	14,3	15,6	17,7	19,8	22,5	24,6	28,3	32,5	35,1	39,1	42,6	46,7	49,6	52,3	55,7	58,3
30	15,0	16,3	18,5	20,6	23,4	25,5	29,3	33,5	36,3	40,3	43,8	48,0	50,9	53,7	57,1	59,7

aus Bronstein-Semendjajew: Taschenbuch der Mathematik; Verlag Harri Deutsch; Thun und Frankfurt(Main) 1985;

Andreas van Almsick, Marcus Völker
Lehrstuhl Informatik IV, Universität Dortmund

28. Mai 1998

1.1.2.9.2. Wahrscheinlichkeitsintegral $\Phi_0(z) = \int_0^z \varphi(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{1}{2}x^2}\,\mathrm{d}x$ *der normierten und zentrierten Normalverteilung*

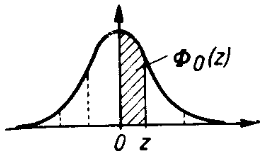


Abb. 1.3

Die Verteilungsfunktion $\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{1}{2}x^2}\,\mathrm{d}x$ hängt mit $\Phi_0(z)$ durch die Beziehung $\Phi(z) = \frac{1}{2} + \Phi_0(z)$ zusammen (vgl. 5.1.2.2.2).

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0 000	040	080	120	160	199	239	279	319	359
0,1	398	438	478	517	557	596	636	675	714	753
0,2	793	832	871	910	948	987	·026	·064	·103	·141
0,3	0,1 179	217	255	293	331	368	406	443	480	517
0,4	554	591	628	664	700	736	772	808	844	879
0,5	915	950	985	·019	·054	·088	·123	·157	·190	·224
0,6	0,2 257	291	324	357	389	422	454	486	517	549
0,7	580	611	642	673	703	734	764	794	823	852
0,8	881	910	939	967	995	·023	·051	·078	·106	·133
0,9	0,3 159	186	212	238	264	289	315	340	365	389
1,0	413	438	461	485	508	531	554	577	599	621
1,1	643	665	686	708	729	749	770	790	810	830
1,2	849	869	888	907	925	944	962	980	997	·015
1,3	0,4 032	049	066	082	099	115	131	147	162	177
1,4	192	207	222	236	251	265	279	292	306	319
1,5	332	345	357	370	382	394	406	418	429	441
1,6	452	463	474	484	495	505	515	525	535	545
1,7	554	564	573	582	591	599	608	616	625	633
1,8	641	649	656	664	671	678	686	693	699	706
1,9	713	719	726	732	738	744	750	756	761	767
2,0	772	778	783	788	793	798	803	808	812	817
2,1	821	826	830	834	838	842	846	850	854	857
2,2	860 *966*	864 *474*	867 *906*	871 *263*	874 *545*	877 *755*	880 *894*	883 *962*	886 *962*	889 *893*
2,3	892 *759*	895 *559*	898 *296*	900 *969*	903 *581*	906 *133*	908 *625*	911 *060*	913 *437*	915 *758*
2,4	918 *025*	920 *237*	922 *397*	924 *506*	926 *564*	928 *572*	930 *531*	932 *443*	934 *309*	936 *128*
2,5	937 *903*	939 *634*	941 *323*	942 *969*	944 *574*	946 *139*	947 *664*	949 *151*	950 *600*	952 *012*
2,6	953 *388*	954 *729*	956 *035*	957 *308*	958 *547*	959 *754*	960 *930*	962 *074*	963 *189*	964 *274*
2,7	965 *330*	966 *358*	967 *359*	968 *333*	969 *280*	970 *202*	971 *099*	971 *972*	972 *821*	973 *646*
2,8	974 *449*	975 *229*	975 *988*	976 *726*	977 *443*	978 *140*	978 *818*	979 *476*	980 *116*	980 *738*
2,9	981 *342*	981 *929*	982 *498*	983 *052*	983 *589*	984 *111*	984 *618*	985 *110*	985 *588*	986 *051*

Bemerkung: **0,4 860** **bedeutet hier 0,4 860 966**
966

aus Bronstein-Semendjajew: Taschenbuch der Mathematik; Verlag Harri Deutsch; Thun und Frankfurt(Main) 1985;

Ihre Lösung zu dieser Aufgabe können Sie bis zum 10. Juni 1998 um 12.00 Uhr in den Briefkasten 18 im Pavillon 6 einwerfen.