UNIVERSITÄT DORTMUND – Fachbereich Informatik
Vorlesung: H. Wedde
Übungen: M. Arns, H. Wagner

Grundlagen der Theoretischen Informatik

Sommersemester 1999

Übungsblatt 3

Abgabetermin: 04.05.1999 12.00 Uhr

Bitte geben Sie die Gruppennummer auf Ihrer Lösung an!

Maximal 3 Personen pro Abgabe!

Aufgabe 3.1 (8 Punkte)
Die Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ sei definiert durch

$$f(n) := \begin{cases} n & \text{falls alle geraden Zahlen } m \geq n \text{ sich als Summe von 2 Primzahlen} \\ & \text{darstellen lassen} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Zeigen Sie:
f ist rekursiv.
(Hinweis: Überlegen Sie sich, welche Gestalt f haben kann.)

Aufgabe 3.2 (7 Punkte)
Beweisen Sie:
Eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ ist genau dann rekursiv aufzählbar, wenn es eine rekursive Sprache $L' \subseteq (\Sigma \cup \{\#\})^*$ gibt mit

$$L = \{x \in \Sigma^* \mid (\exists y \in \Sigma^*)\ y\#x \in L'\}\,.$$

(Hinweis: Sehen Sie sich noch einmal die Aussage von Aufgabe 4 des Aufgabenblattes 1 an.)

Aufgabe 3.3 (8 Punkte)
Geben Sie eine totale Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ an, die nicht rekursiv ist. Begründen Sie, warum diese Funktion f nicht rekursiv ist.

Aufgabe 3.4 (7 Punkte)
Zeigen Sie:
Es gibt keine universelle Turingmaschine mit einelementiger Zustandsmenge.

Aufgabe 3.5 (10 Punkte)
Beweisen Sie:
Die Menge

$$H_{total} := \{\langle M \rangle \mid \text{die Turingmaschine } M \text{ hält für alle Eingaben}\}$$

ist nicht rekursiv.