UNIVERSITÄT DORTMUND – Fachbereich Informatik
Vorlesung: H. Wedde
Übungen: M. Arns, H. Wagner

Grundlagen der Theoretischen Informatik

Sommersemester 1999

Übungsblatt 6

Abgabetermin: 01.06.1999 12.00 Uhr

Bitte geben Sie die Gruppennummer auf Ihrer Lösung an!

Maximal 3 Personen pro Abgabe!

Aufgabe 6.1 (10 Punkte)
Zeigen Sie:
Zu jeder nichtdeterministischen Turingmaschine M gibt es eine nichtdeterministische Turingmaschine M', die dieselbe Sprache mit höchstens konstantem Zeitverlust akzeptiert und für die gilt, daß jede nicht haltende Konfiguration höchstens 2 direkte Nachfolgekonfigurationen besitzt.

Aufgabe 6.2 (10 Punkte)

(1) Eine Sprachklasse $\mathcal{M}$ über dem Alphabet Σ heißt *unter Komplementbildung abgeschlossen* genau dann, wenn mit jeder Sprache $L \in \mathcal{M}$ (es ist also insbesondere $L \subseteq \Sigma^*$) auch $\Sigma^* \setminus L \in \mathcal{M}$ ist.
Zeigen Sie:
NP ist genau dann unter Komplementbildung abgeschlossen, wenn es eine NP-vollständige Menge A mit $\Sigma^* \setminus A \in NP$ gibt.

(2) Eine Sprachklasse $\mathcal{M}$ heißt *unter $\leq_p$ abgeschlossen* genau dann, wenn für alle Sprachen $L, L' \subseteq \Sigma^*$ gilt: $L \in \mathcal{M}$ und $L' \leq_p L \Rightarrow L' \in \mathcal{M}$.
Zeigen Sie:
Es gibt keine Folge von Sprachklassen $\mathcal{M}_i$, $i \in \mathbb{N}$, so daß für alle $i \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\mathcal{M}_i \subsetneq NP,\ \bigcup_{i \in \mathbb{N}} \mathcal{M}_i = NP \text{ und } \mathcal{M}_i \text{ ist unter } \leq_p \text{ abgeschlossen.}$$

Aufgabe 6.3 (10 Punkte)
Zwei ungerichtete Graphen (V_1, E_1) und (V_2, E_2) heißen *isomorph* genau dann, wenn es eine Bijektion $f : V_1 \to V_2$ gibt, so daß für alle $u, v \in V_1$ gilt: $\{u, v\} \in E_1 \Leftrightarrow \{f(u), f(v)\} \in E_2$.
Zeigen Sie, daß das folgende Entscheidungsproblem SUBGRAPH ISOMORPHISM NP-vollständig ist:
GEGEBEN: Zwei ungerichtete Graphen (V, E) und (V', E').
FRAGE: Gibt es in (V', E') einen Teilgraphen $\left(\tilde{V}, E' \cap \tilde{V} \times \tilde{V}\right)$, der zu (V, E) isomorph ist?

Aufgabe 6.4 (10 Punkte)
Ein *Hamilton-Pfad* in einem gerichteten Graphen G ist ein Pfad, der jeden Knoten des Graphen genau einmal berührt.
Zeigen Sie, daß das folgende Entscheidungsproblem HAMILTON-PATH (kurz: DHP) NP-vollständig ist:
GEGEBEN: Ein gerichteter Graph $G = (V, E)$
FRAGE: Besitzt G einen Hamilton-Pfad?
Zeigen Sie dazu $DHP \in NP$ und $DHC \leq_p DHP$.