Übungen WS 1999/2000
Peter Kemper, Marcus Völker
Lehrstuhl Informatik IV, Universität Dortmund 1. Februar 2000

Übung 14

Aufgabe 32 (12 Punkte)

Eine Unternehmung hat die Möglichkeit, sich um die Teilnahme an vier Projekten zu bewerben. Jedes der Projekte bietet der Unternehmung eine garantierte Einnahme. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Unternehmen am jeweiligen Projekt mitarbeiten darf, ist abhängig von Gesprächen mit den Auftraggebern. Da es sich um eine komplizierte Materie handelt, bedürfen diese Gespräche etwas Vorbereitung durch den Abgesandten der Unternehmung. Leider hat er nur noch maximal fünf Tage Zeit bis die Gespräche alle nacheinander stattfinden. Aus organisatorischen Gründen kann er sich an einem Tag höchstens mit einem Projekt befassen.

Dem Unternehmen liegt eine Tabelle vor, die die Wahrscheinlichkeiten einer Projektteilnahme in Abhängigkeit der Anzahl an Tagen angibt, die für jeweils eines der Projekte zur Vorbereitung genutzt werden. Ferner steht in dieser Tabelle auch die bei Teilnahme garantierte Einnahme in Millionen DM.

Anzahl zur Vorbereitung genutzter Tage	0	1	2	3	4	5	Einnahme in Mio
Projekt 1	0	0,2	0,4	0,65	0,8	0,9	8
Projekt 2	0,1	0,3	0,5	0,65	0,75	0,85	10
Projekt 3	0,1	0,25	0,4	0,4	0,55	0,65	12
Projekt 4	0,05	0,15	0,2	0,25	0,3	0,3	14

Selbstverständlich möchte das Unternehmen gerne an möglichst vielen Projekten teilnehmen. Da der Abgesandte aber auch noch andere Aufgaben hat, muss er nicht notwendigerweise jeden Tag für eine Projekt-Vorbereitung nutzen.

Ihre Aufgabe ist es, mit Hilfe der rückwärts gerichteten Dynamischen Optimierung zu ermitteln, wieviel Vorbereitungstage der Abgesandte für die einzelnen Projekte aufwenden sollte, um die erwarteten Einnahmen zu maximieren.

(a) (2 Punkte)
Stellen Sie das Problem bitte als Optimierungsmodell dar. Geben Sie bitte an, welchen der obigen Informationen die in Ihrem Modell verwendeten Variablen zugeordnet sind.

(b) (2 Punkte)
Stellen Sie bitte die im obigen Problem enthaltene Rekursion durch Angabe einer Formel dar. Verwenden Sie dabei nach Möglichkeit bitte zur Vorlesung analoge Variablenbezeichner. Überlegen Sie bitte ferner, wie der zugehörige Randwert x_1 festzulegen ist und wie Sie den Optimalwert der (fiktiven) fünften Phase $v_5^*(x_5)$ definieren müssen.

(c) (6 Punkte)
Lösen Sie das Problem mittels der rückwärts gerichteten Dynamischen Optimierung. Geben Sie dabei bitte für jede Rekursionsstufe die zugehörige stochastische Bellmann'sche Funktionalgleichung an sowie jeweils eine Tabelle mit den entsprechende Werten für x_i, u_i, x_{i+1}, $E[V_{i+1}^*(x_{i+1})]$, $E[G_i(x_i, u_i)]$, $E[V_i(x_i, u_i)]$ und $z_i^*(x_i)$ (vgl. Vorlesung). Vermerken Sie dabei bitte nur die in der jeweiligen Stufe zulässigen Werte.
Wieviel Tage sollte der Abgesandte in welches Projekt investieren? Hat er mehrere Möglichkeiten? Wie hoch sind die zu erwartenden Einnahmen?

(d) (2 Punkte)
Nehmen Sie an, dass es mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,25 passieren kann, dass bei der Vorbereitung des Projekts 4 aus technischen Gründen genau ein Tag verloren geht. Wie müsste dann $E[G_4(x_4, u_4)]$ definiert sein? Geben Sie dazu auch einen Ausschnitt aus der Tabelle der Stufe 4 an, der die x_4, u_4 und $E[G_4(x_4, u_4)]$ zeigt.

Peter Kemper, Marcus Völker
Lehrstuhl Informatik IV, Universität Dortmund 1. Februar 2000

Aufgabe 33 (8 Punkte)

Ein Autohändler hat mit seinem Lieferanten vertraglich vereinbart, dass er ihm jede Woche genau einen weiteren Lieferwagen einer bestimmten Sorte abnimmt. Die Anlieferung erfolgt am Wochenende.

Der Autohändler merkt maximal eine Bestellung der Endabnehmer vor, falls kein Lieferwagen mehr im Lager ist. Die Nachfrage Y pro Woche im Geschäft des Autohändlers unterliegt folgender Verteilung:

Y	0	1	2	3
p_y	0,1	0,4	0,3	0,2

Der Autohändler kann nur maximal vier Lieferwagen lagern. Sollte in einer Woche bei diesem Lagerbestand kein Lieferwagen verkauft werden, so gibt der Autohändler einen Lieferwagen an eine Partnerfiliale in der Nachbarstadt weiter (und zwar bevor er den am Wochenende abzunehmenden Lieferwagen erhält).

(a) (5 Punkte)
Stellen Sie die Matrix der Übergangswahrscheinlichkeiten von den möglichen Lagerbeständen einer Woche zu den Lagerbeständen der folgenden Woche auf. Betrachten Sie dabei bitte die Lagerbestände jeweils am Wochenende bevor die Neulieferungen erfolgen (und nachdem eventuellen Abgaben an die Partnerfiliale erfolgt sind).

(b) (2 Punkte)
Wie groß ist langfristig gesehen der Lagerbestand an diesen Zeitpunkten? (Sie brauchen hierbei vor der Berechnung nicht die Existenz der Gleichgewichtsverteilung nachzuweisen.)

(c) (1 Punkt)
Wie groß ist langfristig die Wahrscheinlichkeit, dass die am Wochenende gelieferte Einheit bereits von einem Kunden bestellt wurde?

Ihre Lösungen zu den Aufgaben können Sie bis zum 8. Februar 2000 um 14.00 Uhr in die Briefkästen 17 (für die beiden Gruppen donnerstags vormittags) bzw. 18 (für die beiden Gruppen donnerstags nachmittags und freitags) im Pavillon 6 einwerfen.