

## Modellgestützte Analyse und Optimierung Übungsblatt 12

**Ausgabe:** 22.06.2015, **Abgabe:** 29.06.2015 (12 Uhr)

### Aufgabe 12.1: Dualität

(4 Punkte)

Formal stehen  $m$  Nahrungsmittel  $F_1, \dots, F_m$  zur Verfügung, die einen Bedarf an  $n$  Nährstoffen,  $N_1, \dots, N_n$  decken, die notwendig für eine gute Gesundheit sind. Sei  $c_j$  der minimale Bedarf an Nährstoff  $N_j$  pro Tag. Seien  $b_j$  die Kosten pro Mengeneinheit des Nahrungsmittels  $F_j$ . Sei  $a_{ij}$  die Menge an Nährstoffen  $N_j$ , die im Nahrungsmittel  $F_i$  enthalten sind. Die naheliegende Frage ist, welcher Ernährungsplan die Lebensmittelkosten minimiert, so dass der Bedarf an täglich erforderlichen Nährstoffen gedeckt ist. Sei  $y_i$  die Menge an Nahrungsmitteln  $F_i$ , die pro Tag konsumiert werden. Die täglichen Kosten betragen dann

$$b_1 y_1 + b_2 y_2 + \dots + b_m y_m. \quad (1)$$

Die Menge an Nährstoffen  $N_j$  pro Tag beträgt

$$a_{1j} y_1 + a_{2j} y_2 + \dots + a_{mj} y_m$$

für  $1 \leq j \leq n$ . Wir betrachten nur Ernährungspläne, die den täglichen Bedarf an erforderlichen Nährstoffen decken, so dass

$$a_{1j} y_1 + a_{2j} y_2 + \dots + a_{mj} y_m \geq c_j \quad \text{für } j = 1, \dots, n \quad (2)$$

gilt. Es kann nur eine positive Anzahl von Lebensmitteln verspeist werden, so dass folgende Nebenbedingungen gegeben sind

$$y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, \dots, y_m \geq 0. \quad (3)$$

Das Lebensmittelproblem ist: minimiere (1) und (2) und (3).

- Formulieren Sie die duale Aufgabe des Lebensmittelproblems;
- Geben Sie die Interpretation des dualen Programms für das Lebensmittelproblem.

### Aufgabe 12.2:

(4 Punkte)

In Aufgabe 11.1 haben Sie zur Bestimmung des maximalen Profits ein lineares Programm formuliert:

$$\max 3x_1 + 4x_2 \quad (4)$$

$$\text{udN } 3x_1 + 2x_2 \leq 1200 \quad (5)$$

$$5x_1 + 10x_2 \leq 3000 \quad (6)$$

$$x_2 \leq 250 \quad (7)$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad (8)$$

- Bestimmen Sie alle zulässigen Basislösungen und identifizieren Sie diese in einer Grafik.
- Wenden Sie das Simplexverfahren auf das Problem an.

**Aufgabe 12.3:****(4 Punkte)**

Gegeben sei folgendes Optimierungsproblem:

$$\min -2x_1 - x_2 \quad (9)$$

$$\text{udN } x_1 + x_2 \leq 5 \quad (10)$$

$$x_1 - 3x_2 \leq 1 \quad (11)$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad (12)$$

Lösen Sie dieses Optimierungsproblem mit dem Simplexverfahren.