Dr. Falko Bause, Dipl.-Math. Dipl.-Inf. Ingo Schulz

Sommersemester 2011

# Modellgestützte Analyse und Optimierung Übungsblatt 10

**Ausgabe:** 6. Juni, **Abgabe:** 14. Juni, 10 Uhr

**Aufgabe 10.1** (6 Punkte)

Ein Unternehmen verfügt über zwei Produktionsfaktoren: Eine Maschine $M$, die in der Planungsperiode 2400 Stunden eingesetzt werden kann, sowie einen Rohstoff $R$, von dem in der Planungsperiode 600 Mengeneinheiten (ME) zur Verfügung stehen. Damit sind die Produkte $P_1$ und $P_2$ herstellbar. Um eine Mengeneinheit von $P_1$ herzustellen, werden sechs Maschinenstunden sowie 1 ME von $R$ benötigt. Für die Herstellung einer ME von $P_2$ braucht man 2 ME von $R$ und vier Maschinenstunden.
Die Kosten pro ME sowie die Erlöse pro ME sind wie folgt: für $P_1$ erhält das Unternehmen einen Erlös von 40€/ME und hat Kosten in Höhe von 34€/ME. Die Kosten für eine ME von $P_2$ sind 52€; der Erlös beträgt 60€/ME. Das Produkt $P_2$ kann am Markt nur mit höchstens 250 ME abgesetzt werden.

a) Welche Art von Produktionsprogramm sucht das Unternehmen? Soll die Zielfunktion minimiert oder maximiert werden?

b) Formulieren Sie ein entsprechendes Optimierungsmodell.

c) Lösen Sie dieses Problem grafisch.

d) Überführen Sie das Modell in die Standardform.

e) Lösen Sie das Problem mit dem Simplexalgorithmus.

**Aufgabe 10.2** (6 Punkte)

Seien $n \in \mathbb{N}$ sowie $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $a = (a_1, \dots, a_n), b \in \mathbb{R}^n$ und $m_1, m_2, r, c \in \mathbb{R}$. Zeigen oder widerlegen Sie bitte, ob die folgenden Mengen konvex sind:

a) $M_1 = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b \wedge x \geq 0\}$

b) $M_2 = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b \wedge x \in \mathbb{Q}^n\}$

c) $M_3 = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid (x_1 - m_1)^2 + (x_2 - m_2)^2 \leq r^2\}$

d) $M_4 = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x \in M_1 \wedge \sum\limits_{i=1}^{n} a_i x_i \leq c\}$.