

Modellgestützte Analyse und Optimierung

Übungsblatt 11

Ausgabe: 14. Juni, Abgabe: 20. Juni, 12 Uhr

Aufgabe 11.1 (5 Punkte)

Gegeben sei folgendes lineares Programm:

$$\begin{aligned} \min \quad & -\frac{4}{5}x_1 + 18x_2 + x_3 + x_4 \\ \text{s. t.} \quad & \frac{16}{5}x_1 - 84x_2 - 12x_3 + 8x_4 \leq 0 \\ & \frac{1}{5}x_1 - 5x_2 - \frac{2}{3}x_3 + \frac{1}{3}x_4 \leq 0 \\ & x_1 \leq 1 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

Wenden Sie das Simplexverfahren auf das Problem an und markieren Sie in jedem Tableau das Pivotelement. Verwenden Sie dabei die Pivolisierungsregel, die sich durch Ersetzen von Punkt 2 und 3 durch 2' und 3' auf S.162 im Skript ergibt:

2': Wähle die Pivotspalte $l = \min\{i \in \mathcal{N} \mid c_i \leq c_l, \forall l \in \mathcal{N}\}$.

3': Bestimme die Pivotzeile $k = \min\{i \in \mathcal{B} \mid \frac{b_i}{a_{il}} \leq \frac{b_j}{a_{jl}}, \forall j \in \mathcal{B} \text{ mit } a_{il} > 0 \text{ und } a_{jl} > 0\}$. Falls k nicht existiert, so hat das Problem keine Lösung bzw. die Lösung wäre $-\infty$.

Aufgabe 11.2 (3 Punkte)

Gegeben sei folgendes Optimierungsproblem:

$$\begin{aligned} \min \quad & -2x_1 - x_2 \\ \text{s. t.} \quad & x_1 + x_2 \leq 5 \\ & x_1 - 3x_2 \leq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Lösen Sie dieses Optimierungsproblem mit dem Simplexverfahren.

Aufgabe 11.3 (4 Punkte)

Skizzieren Sie bitte im \mathbb{R}^2 jeweils ein Beispiel für ein lineares Programm mit

- einem eindeutigen Optimum bei unbeschränktem zulässigen Bereich,
- einem eindeutigen Optimum bei beschränktem zulässigen Bereich,
- mehreren Optima,
- keinem Optimum bei nicht leerem, zulässigem Bereich.