Dr. Falko Bause, Dipl.-Math. Dipl.-Inf. Ingo Schulz

Modellgestützte Analyse und Optimierung Übungsblatt 12

Ausgabe: 20. Juni, **Abgabe:** 27. Juni, 12 Uhr

Aufgabe 12.1 (3 Punkte)

Geben Sie notwendige und hinreichende Kriterien für s und t an, so dass das folgende lineare Programm

$$\begin{array}{ll} \max & x_1 + x_2 \\ \\ \text{u. d. N.} & sx_1 + tx_2 \leq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

a) mindestens eine Optimallösung hat,

b) genau eine Optimallösung hat,

c) keine zulässige Lösung hat,

d) unbeschränkt ist.

Aufgabe 12.2 (6 Punkte)

Gegeben ist die Funktion $f : \{-11; -10; \ldots; 10\} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \frac{x^4}{100} + \frac{x^3}{100} - x^2 + 2x$.

Mittels Branch-And-Bound soll das Minimum der Funktion berechnet werden. Zur Berechnung einer unteren Schranke soll die Funktion $g(x) = \frac{5}{2}x - 26$ benutzt werden. Die Teilprobleme sollen jeweils in zwei möglichst gleichgroße Teilprobleme unterteilt werden.

a) Welche Eigenschaften müssen die unteren und oberen Schranken jeweils für eine Minimierung erfüllen?

b) Geben Sie das genaue Vorgehen zur Berechnung der unteren Schranken an.

c) Geben Sie eine geeignete Methode zur Berechnung der oberen Schranken an.

d) Zeichnen Sie den sich ergebenden Entscheidungsbaum mit Angabe des jeweiligen Teilproblems sowie der unteren und oberen Schranken.

Aufgabe 12.3 (3 Punkte) Lösen Sie das folgende ILP:

$$\begin{aligned} \min \quad & -2x_1 - x_2 \\ s.t. \quad & x_1 + x_2 \leq 5 \\ & -x_1 + x_2 \leq 0 \\ & 6x_1 + 2x_2 \leq 21 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

Aufgabe 12.4 (Knobelaufgabe ausserhalb der Wertung, 8 Bonuspunkte)

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter, einfacher und zusammenhängender Graph mit Kostenfunktion $w : E \to \mathbb{R}_{\geq 0}$. Formulieren Sie zu dem Problem, einen aufspannenden Baum mit minimalen Kosten zu finden, ein lineares Programm. Wie üblich, seien $|V| = n$ und $|E| = m$.