

Modellierung und Analyse eingebetteter und verteilter Systeme

Übungsblatt 7

Ausgabe: 21. November, **Abgabe:** 28. November

Aufgabe 7.1 (6 Punkte) Markov-Ketten: Klassifikation der Zustände

Gegeben sei folgende Transitions-Wahrscheinlichkeits-Matrix P :

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/8 & 0 & 7/8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4/5 & 1/5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/3 & 2/3 \end{bmatrix}.$$

- Ermitteln Sie die transienten und die rekurrenten Zustände.
- Ist P eine irreduzible oder eine reduzible Markov-Kette? Ist sie periodisch oder aperiodisch?
- Finden Sie alle geschlossenen irreduziblen Mengen der Kette.

Aufgabe 7.2 (6 Punkte) Kontinuierliche Markovprozesse

Betrachten Sie die Markov-Kette $\{X(t)\}$ mit Zustandsraum $X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ und Transitionsratenmatrix Q :

$$Q = \begin{bmatrix} -\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(\lambda + \mu_1) & \lambda & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu_1 & 0 & \mu_1 \\ \mu_2 & 0 & 0 & -(\lambda + \mu_2) & \lambda \\ 0 & \mu_2 & 0 & 0 & -\mu_2 \end{bmatrix}.$$

- Zeichnen Sie das Transitionsratendiagramm.
- Ermitteln Sie stationären Zustandswahrscheinlichkeiten (wenn sie existieren) für $\lambda = 1$, $\mu_1 = \frac{3}{2}$ und $\mu_2 = \frac{7}{4}$.

Vorlesung: http://ls4-www.cs.uni-dortmund.de/cms/de/lehre/2011_ws/maevs/index.html

Übung: http://ls4-www.cs.uni-dortmund.de/cms/de/lehre/2011_ws/maevs_uebung/index.html