technische universität
dortmund

Fakultät für Informatik
Lehrstuhl 4

Dipl.-Math. Dipl.-Inform. Ingo Schulz
Dipl.-Math. Jens Lechner

Sommersemester 2012

Mathematik für Informatiker 2
Übungsblatt 12

Ausgabe: 11. Juni, **Abgabe:** 18. Juni, 14 Uhr, **Block** C

Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe Namen, Matrikelnummer und Gruppe auf. Die Abgabe werfen Sie bitte in den passenden Briefkasten (auf Gruppennummer achten!) in der Otto Hahn Straße 20 ein.

Aufgabe 12.1 (4 Punkte)

Bestimmen Sie zu folgenden Funktionen alle Stammfunktionen durch eine ausführliche Rechnung mittels partieller Integration auf geeigneten Intervallen und führen Sie anschliessend eine Kontrolle mittels Differentation durch:

1. $f(x) = x^2 \cos(x)$
2. $f(x) = e^x \sin(x)$
3. $f(x) = \ln(x)$
4. $f(x) = x^2 e^{-x}$

Aufgabe 12.2 (4 Punkte)

Seien $a < b$ und $f, g, h : [a, b] \to \mathbb{R}$ Riemann-integrierbare Funktionen.

a) Zeigen Sie, dass mit $(f, g) := \int_a^b f(x)g(x)\,dx$ ein Halbskalarprodukt definiert wird, d. h. es gelten folgende Beziehungen:

1. $(f, f) \geq 0$
2. $(f, g) = (g, f)$
3. für alle $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ gilt: $(\alpha f + \beta g, h) = \alpha(f, h) + \beta(g, h)$

b) Zeigen Sie die Schwarzsche Ungleichung: $(f, g)^2 \leq (f, f) \cdot (g, g)$.

Hinweis: Benutzen Sie die Tatsache, dass $(f - \alpha g, f - \alpha g) \geq 0$ für alle $\alpha \in \mathbb{R}$ gilt. Im Laufe des Beweises sollte man α geschickt wählen.

Aufgabe 12.3 (4 Punkte)

Gegeben sei ein kartesisches Koordinatensystem. Die Graphen der Funktion $f(x) = 2x^3 - 2x + 3$ und der Geraden g, die parallel zur x-Achse verläuft und den Wendepunkt von f schneidet, beranden eine Fläche.

Berechnen Sie den Flächeninhalt.

Präsenzaufgabe 12.4

Bestimmen Sie eine Riemann-integrierbare Funktion auf einem Intervall $[a, b]$, für welche der Mittelwertsatz der Integralrechnung nicht richtig ist.