

Modellierung und Analyse eingebetteter und verteilter Systeme

Übungsblatt 9

Ausgabe: 12. Dezember, **Abgabe:** 20. Dezember

Aufgabe 9.1 (6 Punkte) Markov-Ketten: Klassifikation der Zustände

Gegeben sei folgende Transitions-Wahrscheinlichkeits-Matrix P

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/8 & 0 & 7/8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4/5 & 1/5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/3 & 2/3 \end{bmatrix}.$$

- Ermitteln Sie die transienten und die rekurrenten Zustände.
- Ist P eine irreduzible oder eine reduzible Markov-Kette? Ist sie periodisch oder aperiodisch?
- Finden Sie alle geschlossenen irreduziblen Mengen der Kette.

Aufgabe 9.2 (6 Punkte) Kontinuierliche Markov-Prozesse

Betrachten Sie die Markov-Kette $\{X(t)\}_{t \geq 0}^{\infty}$ mit Zustandsraum $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ und Transitionsratenmatrix Q

$$Q = \begin{bmatrix} -\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(\lambda + \mu_1) & \lambda & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu_1 & 0 & \mu_1 \\ \mu_2 & 0 & 0 & -(\lambda + \mu_2) & \lambda \\ 0 & \mu_2 & 0 & 0 & -\mu_2 \end{bmatrix}.$$

- Zeichnen Sie das Transitionsratendiagramm.
- Ermitteln Sie stationären Zustandswahrscheinlichkeiten (wenn sie existieren) für $\lambda = 1$, $\mu_1 = \frac{3}{2}$ und $\mu_2 = \frac{7}{4}$.