technische universität dortmund

Fakultät für Informatik
Lehrstuhl 4

Dipl.-Math. Dipl.-Inform. Ingo Schulz
Dipl.-Math. Marco Wilhelm

Sommersemester 2013

Mathematik für Informatiker 2
Übungsblatt 2

Ausgabe: 11. April, **Abgabe:** 19. April, 12 Uhr, **Block** A

Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe Namen, Matrikelnummer und Gruppe auf. Die Abgabe werfen Sie bitte in den passenden Briefkasten (auf Gruppennummer achten!) in der Otto Hahn Straße 20 ein.

Ihre Gruppennummer erfahren Sie im Assess-System, nachdem die Anmeldungen zu den Übungen abgeschlossen sind. Dies wird am Nachmittag des 12.04.2013 erfolgen.

Ab sofort wird es auf jedem Übungsblatt eine Bonusaufgabe geben, die freiwillig zu bearbeiten ist, d. h. die erhältlichen Punkte sind zusätzliche Bonuspunkte, die nicht zu den 100% der Punkte des jeweiligen Blocks gehören.

Aufgabe 2.1 (4 Punkte)

a) Rechnen Sie folgende Gleichungen nach:

$$\begin{aligned} 1^2 &= 1^3 \\ (1+2)^2 &= 1^3 + 2^3 \\ (1+2+3)^2 &= 1^3 + 2^3 + 3^3 \\ (1+2+3+4)^2 &= 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 \\ &\vdots \end{aligned}$$

b) Finden Sie das erste $n \in \mathbb{N}$, für das die Gleichung

$$(1+2+3+4+\ldots+n)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots + n^3$$

nicht mehr gilt. Falls Ihnen dies nicht möglich ist, erläutern und beweisen Sie, warum.

Aufgabe 2.2 (4 Punkte)

Sei $n \in \mathbb{N}$ und $N_n = \{1, \ldots, n\} \subset \mathbb{N}$. Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass $\mathcal{P}(N_n)$, die Potenzmenge von N_n, genau 2^n Elemente enthält.

Aufgabe 2.3 (4 Punkte)

Für eine natürliche Zahl n betrachte man die Aussage

1. $A(n): \; n^2 - 5n + 4 \geq 0$
2. $A(n): \; n + 1 \geq 2n$
3. $A(n): \; 2^n > n^2$
4. $A(n): \; 3^{2^n} < 2^{3^n}$

a) Für welche $n \in \mathbb{N}$ ist der Induktionsschluss „$A(n) \Rightarrow A(n+1)$“ gültig?

b) Für welche $n \in \mathbb{N}$ ist die Aussage $A(n)$ wahr?

Bonusaufgabe 2.4 (4 Bonuspunkte) De Morgansche Regeln

Sei M eine Menge und I eine abzählbare nichtleere Menge. Für jedes $i \in I$ sei M_i ebenfalls eine Menge. Zeigen Sie (nur unter Verwendung des bisherigen Stoffes dieser Vorlesung):

1. $M \setminus \left(\bigcap_{i \in I} M_i \right) = \bigcup_{i \in I} (M \setminus M_i)$
2. $M \setminus \left(\bigcup_{i \in I} M_i \right) = \bigcap_{i \in I} (M \setminus M_i)$