

Mathematik für Informatiker 2 Übungsblatt 8

Ausgabe: 23. Mai, **Abgabe:** 31. Mai, 12 Uhr, **Block B**

Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe Namen, Matrikelnummer und Gruppe auf. Die Abgabe werfen Sie bitte in den passenden Briefkasten (auf Gruppennummer achten!) in der Otto Hahn Straße 20 ein.

Aufgabe 8.1 (4 Punkte)

Zeigen oder widerlegen Sie, ob folgende Funktionen injektiv, surjektiv oder bijektiv sind:

1. $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, x \mapsto x + 1$
2. $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, x \mapsto x + 2$
3. $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}, x \mapsto x^2$
4. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^3$

Aufgabe 8.2 (4 Punkte)

Untersuchen Sie folgende Funktionen auf Differenzierbarkeit und berechnen Sie gegebenenfalls ihre Ableitungen unter Angabe der benutzten Regeln bzw. Sätze der Vorlesung.

1. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto (x^5 + x^3)e^x$
2. $f : \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \log_a(x), a > 1$ konstant.
3. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{x^2}$
4. $f : \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{\frac{x^2+7x+1}{x^3+11}}$
5. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x \cdot |x|$
6. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} \sin(\frac{1}{x}), & x \neq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$

Aufgabe 8.3 (4 Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe des ε - δ -Kriteriums, dass die Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ im Intervall $[0, \infty)$ stetig ist. Ist f dort auch gleichmäßig stetig? Begründen Sie Ihre Antwort durch einen Beweis oder Angabe eines Gegenbeispiels!

Bonusaufgabe 8.4 (4 Bonuspunkte) Seien $a < b$ reelle Zahlen. Zeigen Sie mit Hilfe des Zwischenwertsatzes, dass jede stetige Funktion $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$ einen Fixpunkt hat, d. h. es gibt ein $x_0 \in [a, b]$ mit $f(x_0) = x_0$