

Mathematik für Informatiker 2 Übungsblatt 9

Ausgabe: 30. Mai, **Abgabe:** 7. Juni, 12 Uhr, **Block B**

Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe Namen, Matrikelnummer und Gruppe auf. Die Abgabe werfen Sie bitte in den passenden Briefkasten (auf Gruppennummer achten!) in der Otto-Hahn-Straße 20 ein.

Aufgabe 9.1 (4 Punkte) Differenzierbarkeit

- Bestimmen Sie die 16. Ableitung von $f(x) = \sin(x) \cos(x)$.
- Es seien $I, J \subseteq \mathbb{R}$ Intervalle und $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ sowie $g : J \rightarrow \mathbb{R}$ dreifach differenzierbare Funktionen mit $f(I) \subseteq J$. Bestimmen Sie die dritte Ableitung von $g \circ f$.

Aufgabe 9.2 (4 Punkte) Mittelwertsatz

- Beweisen Sie die Gültigkeit folgender Ungleichungen für $x > 0$:
 - $e^x > 1 + x$
 - $\ln(x) \geq \frac{x-1}{x}$
- Zeigen Sie: Ist $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar, so liegt zwischen zwei Nullstellen von f eine Nullstelle von f' .

Aufgabe 9.3 (4 Punkte) L'Hospital

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x - \ln(1+x)}$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{a}{1-x^a} - \frac{b}{1-x^b} \right)$, $a, b \neq 0$

Bonusaufgabe 9.4 (4 Bonuspunkte) Tangenten und Extrema

- Es sei die Funktion $f(x) = x^2 - 4x + 9$ gegeben. Bestimmen Sie alle Tangenten an den Graph von f , welche durch den Nullpunkt gehen.
- Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktion $f : (-2, 2) \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \frac{x^2 + 4}{x + 2}$$

und geben Sie (maximale) Intervalle an, auf denen f monoton ist. Gibt es globale Extrema der Funktion?