

Mathematik für Informatiker 2 Übungsblatt 14

Ausgabe: 4. Juli, **Abgabe:** keine Abgabe, **Block** Präsenzblatt

Hinweis: Bei diesem Blatt handelt es sich um ein Präsenzblatt, das nicht bepunktet wird und nicht abzugeben ist. Dieses Blatt wird vom 16.-19.07. in den Übungsgruppen besprochen.

Aufgabe 14.1 Uneigentliche Integrale

Prüfen Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale konvergieren, und berechnen Sie im Konvergenzfall den Grenzwert:

1. $\int_1^2 \frac{1}{\ln(x)} dx$

2. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$

3. $\int_{-\infty}^{+\infty} \sin(x) dx$

4. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} dx$

Aufgabe 14.2 Stetigkeit und Differenzierbarkeit im \mathbb{R}^2

1. Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Stetigkeit:

a) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & \text{falls } (x, y)^T \neq (0, 0)^T \\ 0 & \text{falls } (x, y)^T = (0, 0)^T \end{cases}$

b) $g(x, y) = x \cdot f(x, y)$

2. Berechnen Sie, falls vorhanden, die lokalen Extrema folgender Funktionen:

a) $f(x, y) = x^3 - xe^y$

b) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 6x$

Aufgabe 14.3 Kombinatorik

Bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben. Geben Sie auch jeweils an, welches kombinatorische Prinzip verwendet haben.

1. Ein Übungsblatt mit neun Aufgaben wird an sieben Studenten verteilt. Jeder Student muss mindestens vier Aufgaben des Blattes bearbeiten. Zeigen Sie, dass es mindestens eine Aufgabe gibt, die von mindestens vier Studenten bearbeitet werden muss.
2. 20 Personen verabschieden sich voneinander mit Händedruck. Jede der Personen geht alleine nach Hause. Wie oft werden dabei die Hände gedrückt? Angenommen, die 20 Personen bilden 10 Ehepaare, die sich voneinander mit Händedruck verabschieden und paarweise nach Hause gehen. Wie oft werden nun die Hände gedrückt?
3. Geben Sie die Anzahl der natürlichen Zahlen $n \leq 1000$ an, die nicht durch 2, 3 oder 5 teilbar sind.

Aufgabe 14.4 Partialbruchzerlegung

Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung und alle Stammfunktionen der rationalen Funktion

$$f(x) = \frac{x - 2}{x^2 - x}$$