

Aufgabe 1: Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

$$1. \int x\sqrt{x+1}^3 dx$$

$$2. \int \sqrt{1-x^2} \, dx$$

3.
$$\int \ln(x) \, dx$$

$$4. \int \frac{e^{2x}}{\sqrt{1 + e^{2x}}} \, dx$$

$$5. \int \frac{4x+1}{4x^2+2x+1} \, dx$$

6.
$$\int \cos(\ln(x)) dx$$

Aufgabe 2: Bestimmen Sie die folgenden bestimmten Integrale.

$$1. \int_0^1 x \cos(x) \, dx$$

$$2. \int_0^{\sqrt{\pi}} x \cos(x^2) dx$$

3.
$$\int_{1}^{2} \frac{\ln(x)}{x^2} dx$$

Aufgabe 3: Uneigentliche Integrale.

1. Existiert das Integral
$$\int_0^\infty e^{-x} \ln(x) dx$$
?

2. Für welche Werte von
$$\alpha \in \mathbb{R}$$
 konvergiert das uneigentliche Integral $\int_{0}^{1} x^{-\alpha} dx$ zu welchem Wert?

1

3. Bestimmen Sie den Grenzwert
$$\lim_{x\to 0} \frac{1}{x} \int_{0}^{x} f(t) dt$$

für eine beliebige Riemann-integrierbare Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit f(0) = 1.