technische universität dortmund

Aufgabe 1:

1. Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f(x,y,z) \;=\; \begin{cases} \dfrac{x\cdot y\cdot z}{x^3+y^3+z^3} & \text{für } (x,y,z)\in\mathbb{R}^3\setminus\{(0,0,0)\} \\ 0 & \text{für } (x,y,z)=(0,0,0) \end{cases}$$

   in $(0,0,0)$ <u>nicht</u> stetig ist.

2. Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f(x,y) \;=\; \begin{cases} \dfrac{1-e^{-x\,y^2}}{y^2} & \text{für } y\neq 0 \\ x & \text{für } y=0 \end{cases}$$

   in $\mathbb{R}^2$ stetig ist.

Aufgabe 2:

Die Funktion $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ sei gegeben durch

$$f(x,y) \;=\; \begin{cases} \dfrac{1-\cos(x\cdot y)}{y^2} & \text{für } y\neq 0 \\ \dfrac{1}{2}\,x^2 & \text{für } y=0 \end{cases}$$

Man zeige, dass $f(x,y)$ in $\mathbb{R}^2$ stetig ist.

Aufgabe 3:

Es sei die Funktion $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ gegeben mit

$$f(x,y) = 4\,x\,y - 2\,x^2 - y^4$$

Bestimmen Sie alle kritischen Punkte. Geben Sie für jeden dieser kritischen Punkte an, ob es sich dort um ein Extremum handelt und wenn ja, ob es sich um ein lokales Minimum oder Maximum handelt.

Aufgabe 4:

Es sei die Funktion $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ gegeben mit

$$f(x,y) = x^3 + 2\,y^3 - 3\,x - 12\,y + 7$$

Bestimmen Sie alle kritischen Punkte. Geben Sie für jeden dieser kritischen Punkte an, ob es sich dort um ein Extremum handelt und wenn ja, ob es sich um ein lokales Minimum oder Maximum handelt.