

Modellgestützte Analyse und Optimierung

Übungsblatt 11

Ausgabe: 16. Juni, Abgabe: 23. Juni

Aufgabe 11.1 (4 Punkte)

Ein Unternehmen verfügt über zwei Produktionsfaktoren: Eine Maschine M , die in der Planungsperiode 1200 Stunden eingesetzt werden kann, sowie einen Rohstoff R , von dem in der Planungsperiode 3000 Mengeneinheiten (ME) zur Verfügung stehen. Damit sind die Produkte P_1 und P_2 herstellbar. Um eine Mengeneinheit von P_1 herzustellen, werden 3 Maschinenstunden sowie 5 ME von R benötigt. Für die Herstellung einer ME von P_2 braucht man 10 ME von R und zwei Maschinenstunden.

Die Kosten pro ME sowie die Erlöse pro ME sind mengenunabhängig. Für P_1 erhält das Unternehmen 20 Euro/ME und hat Kosten in Höhe von 17 Euro. Die Kosten für eine ME von P_2 sind 26 Euro; der Erlös beträgt 30 Euro/ME. Das Produkt P_2 kann am Markt nur mit höchstens 250 ME abgesetzt werden.

- Welche Art von Produktionsprogramm sucht das Unternehmen? Soll die Zielfunktion minimiert oder maximiert werden?
- Formulieren Sie ein entsprechendes Optimierungsmodell.
- Lösen Sie dieses Problem bitte graphisch.
- Überführen Sie das Modell in die Standardform.

Aufgabe 11.2 (8 Punkte)

Seien $n \in \mathbb{N}$ sowie $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und $b \in \mathbb{R}^n$. Zeigen oder widerlegen Sie bitte, ob die folgenden Mengen konvex sind:

- $M_1 = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b \wedge x \geq 0\}$
- $M_2 = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b \wedge x \in \{0, 1\}^n\}$
- $M_3 = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid (x_1 - a)^2 + (x_2 - b)^2 \leq c^2 \wedge a, b, c \in \mathbb{R}\}$
- Zeigen Sie: Ist eine Menge $K_1 \subset \mathbb{R}^n$ konvex, dann ist $K_2 = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x \in K_1 \wedge \sum_{i=1}^n a_i x_i \leq c, c \in \mathbb{R}, a \in \mathbb{R}^n\}$ konvex.