technische universität dortmund

Fakultät für Informatik
Lehrstuhl 4

Dipl.-Math. Dipl.-Inform. Ingo Schulz
Dipl.-Math. Marco Wilhelm
Dr. Hubert Wagner
Andrej Dudenhefner, M. Sc.

Sommersemester 2014

Mathematik für Informatiker 2
Übungsblatt 1

Ausgabe: 7. April, **Abgabe: keine Abgabe**, **Block** A

Die Bearbeitung dieses Aufgabenblattes ist nicht abzugeben. Ab dem zweiten Übungsblatt werden Aufgaben gestellt, deren Bearbeitung abzugeben ist. Diese Aufgaben werden mit zu erreichenden Punkten markiert.

Um die Studienleistung (Übungsschein) zu erhalten ist es erforderlich, mindestens 40 % der Punkte in jedem der Blöcke A, B und C zu erwerben.

Dieses Aufgabenblatt wird vom 14.-17. April in den Übungen besprochen. Zu den Übungsgruppen müssen Sie sich im Assess-System (Details auf Übungswebseite) anmelden. Der Anmeldeschluss ist am 11. April um 10 Uhr.

Präsenzaufgabe 1.1

Negieren Sie folgende Aussagen:

1. $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 < 10 \land x > 3$;
2. $\forall x \in \mathbb{Q}\ \exists y \in \mathbb{N} : x \cdot y \in \mathbb{Z}$;
3. $\forall x \in \mathbb{N} : x \leq 0 \Rightarrow 2 \cdot x \geq 0$
4. $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0\ \forall x, y \in \mathbb{R} : |x - y| \leq \delta \Rightarrow |x^2 - y^2| \leq \varepsilon$

Welche dieser Aussagen sind wahr?

Präsenzaufgabe 1.2

Eine Schlussregel der Form

Aus A_1 und A_2 folgt A

kann dadurch als gültig nachgewiesen werden, indem man zeigt, dass die Aussage $(A_1 \land A_2) \Rightarrow A$ nur den Wahrheitswert w erhalten kann.

Zeigen Sie für Aussagen A, B und C die Gültigkeit folgender Schlussregeln:

a) *Direkter Beweis*: Aus $A \Rightarrow B$ und A folgt B.

b) *Indirekter Beweis*: Aus $A \Rightarrow B$ und $\neg B$ folgt $\neg A$.

c) *Kettenschluss*: Aus $A \Rightarrow B$ und $B \Rightarrow C$ folgt $A \Rightarrow C$.

d) *Schnittregel*: Aus $A \lor B$ und $\neg A$ folgt B.

Präsenzaufgabe 1.3 Seien M und N Mengen. Zeigen Sie:

1. Ist $M \subseteq N$ und $N \subseteq M$, so ist $M = N$.
2. Ist $M \cap N \neq \emptyset$, dann ist $M \vartriangle N \neq M \cup N$.

Präsenzaufgabe 1.4

1. Berechnen Sie:

   $1 + 3 =$

   $1 + 3 + 5 =$

   $1 + 3 + 5 + 7 =$

   $1 + 3 + 5 + 7 + 9 =$

   $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 =$

2. Was fällt Ihnen bei den Berechnungen auf? Formulieren Sie den entdeckten Zusammenhang als Formel und beweisen Sie sie mittels vollständiger Induktion.
3. Ein auf Gauß zurückgehendes Verfahren zur Berechnung der Summe der ersten n natürlichen Zahlen besteht in der folgenden Methode:

   Man schreibt die Zahlen von 1 bis n aufsteigend in eine Zeile. Darunter schreibt man die Zahlen in umgekehrter Reihenfolge von n bis 1 und berechnet dann die Summe der Spalten:

   $$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & \ldots & n-1 & n \\ n & n-1 & \ldots & 2 & 1 \\ \hline n+1 & n+1 & \ldots & n+1 & n+1 \end{array}$$

   Wir erhalten dann n mal die Spaltensumme $n + 1$, so dass wir als Summe der beiden Zeilen den Wert $n \cdot (n + 1)$ bekommen. Die Summe der Zahlen in der ersten Zeile ist aber gleich der Summe der Zahlen in der zweiten Zeile, so dass die Summe der ersten n Zahlen gleich $\frac{n}{2} \cdot (n + 1)$ ist.

   Verwenden Sie die Methode von Gauß zur Bestimmung einer Summenformel für die Summe $1 + 4 + 7 + \ldots + (3n + 1)$, $n \in \mathbb{N}_0$.