Dipl.-Math. Dipl.-Inform. Ingo Schulz
Dipl.-Math. Marco Wilhelm
Dr. Hubert Wagner
Andrej Dudenhefner, M. Sc.
Florian Kurpicz, M. Sc.

Sommersemester 2014

Mathematik für Informatiker 2
Übungsblatt 10

Ausgabe: 2. Juni, **Abgabe:** 10. Juni, 12 Uhr, **Block** B

Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe Namen, Matrikelnummer und Gruppe auf. Die Abgabe werfen Sie bitte in den passenden Briefkasten (auf Gruppennummer achten!) in der Otto-Hahn-Straße 20 ein.

Achtung: Dies ist das letzte Übungsblatt zu Block B.

Aufgabe 10.1 (4 Punkte)

Gegeben sei ein kartesisches Koordinatensystem und die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto -x^2 + 12$. Der Graph von f und die x-Achse schließen eine Fläche ein. In diese Fläche wird ein Rechteck so gelegt, dass die Rechteckseiten parallel zu den Koordinatenachsen verlaufen. Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte desjenigen Rechtecks, dessen Flächeninhalt maximal ist, und geben Sie den maximalen Flächeninhalt an.

Aufgabe 10.2 (4 Punkte)

Bestimmen Sie für folgende Funktionen den größtmöglichen Definitionsbereich $D \subseteq \mathbb{R}$. Führen Sie danach für diese Funktionen eine Kurvendiskussion durch (vgl. Kap 5.6 des Skripts).

1. $f : D \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{x^3}{6x-12}$
2. $f : D \to \mathbb{R} : x \mapsto x|x|$

Aufgabe 10.3 (4 Punkte)

Eine Funktion $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ heißt konvex, falls für alle $x_1, x_2 \in (a, b)$ und alle $\lambda \in (0, 1)$ gilt:

$$f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2).$$

Beweisen oder widerlegen Sie die beiden folgenden Aussagen:

1. Seien $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ und $g : (a, b) \to \mathbb{R}$ zwei konvexe Funktionen und $h : (a, b) \to \mathbb{R}$ sei definiert als $h(x) = \max\{f(x), g(x)\}$. Dann ist h stets eine konvexe Funktion.
2. Die Exponentialfunktion $f(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \exp(x)$ ist konvex auf $\mathbb{R}$.

Bonusaufgabe 10.4 (4 Bonuspunkte)

Es seien (a, b) ein offenes Intervall, $x \in (a, b)$ und $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ eine m-mal stetig differenzierbare Funktion. Weiterhin gelte $f'(x) = \ldots = f^{(m-1)}(x) = 0$, aber $f^{(m)}(x) \neq 0$. Zeigen Sie mit Hilfe des Satzes von Taylor:

1. Ist m gerade und $f^{(m)}(x) > 0$, so hat f ein lokales Minimum in x.
2. Ist m gerade und $f^{(m)}(x) < 0$, so hat f ein lokales Maximum in x.
3. Ist m ungerade, so hat f kein lokales Extremum in x.