technische universität dortmund

Fakultät für Informatik
Lehrstuhl 4

Dipl.-Math. Jens Lechner; Andrej Dudenhefner, M. Sc.; Dr. Igor Vatolkin
Dipl.-Inf. Pascal Libuschewski; Dipl.-Inf. Denis Fisseler; Dipl.-Inf. Lars Walczak

Sommersemester 2015

Mathematik für Informatiker 2
Übungsblatt 2

Abgabefrist: 20.04.2015, 12:00 Uhr, **Block:** 1

Zur Abgabe der Bearbeitungen stehen den Übungsgruppen zu „Mathematik für Informatiker II" Briefkästen im ersten Geschoss der Otto-Hahn-Straße 12 sowie im Erdgeschoss der Otto-Hahn-Straße 16 zur Verfügung. Die den einzelnen Übungsgruppen zugeteilten Briefkästen sind durch den Namen der Veranstaltung, der Gruppennummer sowie Zeit und Ort der Übung gekennzeichnet.

Bitte werfen Sie Ihre Bearbeitungen in den Ihrer Übungsgruppe zugeteilten Briefkasten bis zur aufgeführten Abgabefrist ein.

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren vollständigen Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Gruppennummer auf Ihre Abgaben!

Aufgabe 2.1 *Quiz* (1+1+1+1 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig und welche falsch? Begründen Sie Ihre Antwort.

1. Es gibt keine Gruppe mit 3 Elementen.
2. Für reelle Zahlen x, y gilt: $|x - y| = |y - x|$.
3. Für alle reellen Zahlen x, y, z gilt: $|x - y| \leq |x - z| + |y - z|$.
4. Es ist $\sum_{i=0}^{5} 2i + 1 = 36$.

Aufgabe 2.2 *Verallgemeinerte Bernoullische Ungleichung* (4 Punkte)

Beweisen Sie die verallgemeinerte Bernoullische Ungleichung:

$$\text{Für alle } n \in \mathbb{N} \text{ gilt } \prod_{k=1}^{n}(1 + x_k) \geq 1 + \sum_{k=1}^{n} x_k,$$

wobei $x_1, \ldots, x_n \geq 0$ und $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 2.3 *Ungleichungen* (1+1+2 Punkte)

Es sei K ein linear geordneter Körper und $x \in K$. Ein linear geordneter Körper ist ein Körper, der eine linear geordnete Menge ist und für den die beiden Eigenschaften aus Definition 2.4 gelten. Machen Sie sich klar, dass sowohl Satz 2.6 als auch Satz 2.7 für beliebige linear geordnete Körper gelten, da in den Beweisen der Sätze an keiner Stelle benutzt wurde, dass der Körper die reellen Zahlen ist.

1. Zeigen Sie: Ist $x > 0$, bzw. $x < 0$, dann gilt $-x < 0$, bzw. $-x > 0$.
2. Zeigen Sie: Es gilt $x^2 \geq 0$. Außerdem: Ist $x \neq 0$, dann gilt $x^2 > 0$. Insbesondere gilt also $1 \cdot 1 = 1 > 0$.
3. Seien $a > 0$, $b > 0$ positive reelle Zahlen mit $a \leq b$. Beweisen Sie folgende Ungleichungskette:

$$a^2 \leq \left(\frac{2ab}{a+b} \right)^2 \leq ab$$

Aufgabe 2.4 *Absolutbetrag* (1+1+1+1 Punkte)

Beweisen Sie folgende Ungleichungen ($x, y, x', y' \in \mathbb{R}$):

1. $|x| - |y| \leq |x - y|$
2. $|x| - |y| \leq |x + y|$
3. $||x| - |y|| \leq |x - y|$
4. $||x - x'| - |y - y'|| \leq |x - y| + |x' - y'|$