technische universität dortmund

Fakultät für Informatik
Lehrstuhl 4

Dipl.-Math. Jens Lechner; Andrej Dudenhefner, M. Sc.; Dr. Igor Vatolkin
Dipl.-Inf. Pascal Libuschewski; Dipl.-Inf. Denis Fisseler; Dipl.-Inf. Lars Walczak

Sommersemester 2015

Mathematik für Informatiker 2
Übungsblatt 5

Abgabefrist: 11.05.2015, 12:00 Uhr, **Block:** 1

Zur Abgabe der Bearbeitungen stehen den Übungsgruppen zu „Mathematik für Informatiker II“ Briefkästen im ersten Geschoss der Otto-Hahn-Straße 12 sowie im Erdgeschoss der Otto-Hahn-Straße 16 zur Verfügung. Die den einzelnen Übungsgruppen zugeteilten Briefkästen sind durch den Namen der Veranstaltung, der Gruppennummer sowie Zeit und Ort der Übung gekennzeichnet.

Bitte werfen Sie Ihre Bearbeitungen in den Ihrer Übungsgruppe zugeteilten Briefkasten bis zur aufgeführten Abgabefrist ein.

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren vollständigen Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Gruppennummer auf Ihre Abgaben!

Aufgabe 5.1 *Quiz* (1+1+1+1 Punkte)

Es seien $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ zwei divergente Folgen. Welche der folgenden Aussagen sind richtig und welche falsch? Begründen Sie Ihre Antwort.

1. $((a_n \cdot b_n)_{n\in\mathbb{N}})$ ist divergent.
2. $((a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}})$ ist divergent.
3. $((c \cdot a_n)_{n\in\mathbb{N}})$ mit $c \in \mathbb{R}_{\neq 0}$ ist divergent.
4. $((\max\{a_n, b_n\})_{n\in\mathbb{N}})$ ist divergent.

Aufgabe 5.2 *Konvergenz von Reihen* (1+1+1+1 Punkte)

Prüfen Sie (mit Beweis), ob die folgenden Reihen konvergent sind. Begründen Sie im Konvergenzfall, ob die Konvergenz absolut ist.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\left(1+\frac{1}{2n}\right)^n - \frac{5}{4}\right)^n$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+7n}{2n^2+3}\right)^n$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n-\frac{1}{n+1}}$

Aufgabe 5.3 *Konvergenz von Reihen* (2+2 Punkte)

Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergieren die folgenden Reihen?

1. $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\left(\sum_{l=1}^{k} \frac{1}{l}\right) \cdot x^k\right)$
2. $\sum_{k=1}^{\infty} \left(2^{\left(k^2\right)} \cdot x^k\right)$

Aufgabe 5.4 *Konvergenz und absolute Konvergenz* (2+2 Punkte)

1. Sei $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ eine absolut konvergente Reihe und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine konvergente Folge reeller Zahlen. Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} (b_n a_n)$ absolut konvergiert.
2. Konvergiert die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} (b_n a_n)$ auch absolut, wenn die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nur konvergiert aber nicht absolut konvergiert? Beweisen Sie dies oder finden Sie ein Gegenbeispiel.