

Mathematik für Informatiker 2 Übungsblatt 7

Abgabefrist: 26.05.2015, 12:00 Uhr, Block: 1

Zur Abgabe der Bearbeitungen stehen den Übungsgruppen zu „Mathematik für Informatiker II“ Briefkästen zur Verfügung. Für die Gruppen 1-4, 5-15, 17 und 19-29 befinden sich die Briefkästen im ersten Geschoss der Otto-Hahn-Straße 12. Für die Gruppennummern 5, 16, 18 und 30 befindet sich der Briefkasten im Erdgeschoss der Otto-Hahn-Straße 16. Die den einzelnen Übungsgruppen zugeteilten Briefkästen sind durch den Namen der Veranstaltung, der Gruppennummer sowie Zeit und Ort der Übung gekennzeichnet.

Bitte werfen Sie Ihre Bearbeitungen in den Ihrer Übungsgruppe zugeteilten Briefkasten bis zur aufgeführten Abgabefrist ein.

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren vollständigen Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Gruppennummer auf Ihre Abgaben!

Hinweis: Dies ist das letzte Übungsblatt zu Block 1.

Aufgabe 7.1 Quiz

(1+1+1+1 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig und welche falsch? Begründen Sie Ihre Antwort.

1. Die Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(x) = x + 1$ ist bijektiv.
2. Die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2 \cdot x + |x|$ ist bijektiv.
3. Die Funktion $f : \mathbb{Q}_{>0} \rightarrow \mathbb{Q}_{>0}, f(x) = x^2$ ist bijektiv.
4. Die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ ist bijektiv.

Aufgabe 7.2 Ableitungen

(1+1+1+1 Punkte)

Bestimmen Sie die Ableitungen für die folgenden Funktionen:

1. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{(\cos x - \sin x)^2}{\sin x} + 2 \cos x.$
2. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin(5x^2 + 1).$
3. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \cos(5x^2 + 1) \cdot 7x.$
4. Für $a, b \in \mathbb{R}, a, b > 0 : f : \mathbb{R} \setminus \{a; \sqrt{b}; -\sqrt{b}\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{|x-a|}{|x^3 - ax^2 - bx + ab|}.$

Aufgabe 7.3 Logarithmus

(4 Punkte)

Bestimmen Sie für $a \in \mathbb{R}_{\geq 1}$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x \neq 0}} \frac{\log_a(1+x) \cdot \ln(1+x) \cdot \ln a}{x^2}.$$

Hinweis: Es gilt: (a) für $a, b \in \mathbb{R}_{>0} \setminus \{1\} : \log_a x^b = b \log_a x$, außerdem ist
(b) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$.

Aufgabe 7.4 *Stetigkeit*

(2+1+1 Punkte)

Sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x) = x^2$.

1. Zeigen Sie mit Hilfe des ε - δ -Kriteriums, dass f in \mathbb{R} stetig ist.
2. Zeigen oder widerlegen Sie, dass f im Intervall $[-1, 1]$ gleichmäßig stetig ist.
3. Zeigen oder widerlegen Sie, dass f in \mathbb{R} gleichmäßig stetig ist.

Hinweis: Dazu könnte die Lösung der Aufgabe 0.2.4 hilfreich sein.