Dipl.-Math. Jens Lechner; Andrej Dudenhefner, M. Sc.; Dr. Igor Vatolkin
Dipl.-Inf. Pascal Libuschewski; Dipl.-Inf. Denis Fisseler; Dipl.-Inf. Lars Walczak

Sommersemester 2015

Mathematik für Informatiker 2
Übungsblatt 9

Abgabefrist: 08.06.2015, 12 Uhr, **Block:** 2

Zur Abgabe der Bearbeitungen stehen den Übungsgruppen zu „Mathematik für Informatiker II“ Briefkästen zur Verfügung. Für die Gruppen 1-4, 5-15, 17 und 19-29 befinden sich die Briefkästen im ersten Geschoss der Otto-Hahn-Straße 12. Für die Gruppennummern 5, 16, 18 und 30 befindet sich der Briefkasten im Erdgeschoss der Otto-Hahn-Straße 16. Die den einzelnen Übungsgruppen zugeteilten Briefkästen sind durch den Namen der Veranstaltung, der Gruppennummer sowie Zeit und Ort der Übung gekennzeichnet.

Bitte werfen Sie Ihre Bearbeitungen in den Ihrer Übungsgruppe zugeteilten Briefkasten bis zur aufgeführten Abgabefrist ein.

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren vollständigen Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Gruppennummer auf Ihre Abgaben!

Aufgabe 9.1 *Quiz* (1+1+1+1 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig und welche falsch? Begründen Sie Ihre Antwort.

1. Die erste Ableitung von $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, mit $f(x) = x \cdot \sqrt{5 - 3x^2}$ ist $f'(x) = \frac{6x^2-5}{\sqrt{5-3x^2}}$.
2. Die zweite Ableitung der Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, mit $f(x) = e^{(e^x)}$ ist $f''(x) = e^{(e^x+x)} \cdot e^x$.
3. Es gilt für $x, y > 0$, dass $\ln(x + y) = \ln(x) + \ln(1 + \frac{y}{x})$.
4. Es gibt ein $x \in \mathbb{R}$, so dass $e^x - 3e^{-x} = 2$.

Aufgabe 9.2 *Kleine Kurvendiskussion* (1+2+1 Punkte)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \sqrt{\frac{1 - x^3}{1 + x^3}}.$$

1. Geben Sie die Menge aller $x \in \mathbb{R}$ an, für die $f(x) \in \mathbb{R}$ ist als Intervall oder als Vereinigung von Intervallen an.
2. Ist $f(x)$ an der Stelle $x_0 = 1$ differenzierbar? Begründen Sie ihre Entscheidung durch eine Rechnung.
3. Bestimmen Sie die Ableitung $f'(x)$ und berechnen Sie $f'(0)$.

Aufgabe 9.3 *Mittelwertsatz* (1+2+1 Punkte)

1. Beweisen Sie die Gültigkeit folgender Ungleichungen für $x > 0$:
   a) $e^x > 1 + x$
   b) $\ln(x) \geq \frac{x-1}{x}$
2. Zeigen Sie: Ist $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ differenzierbar, so liegt zwischen zwei Nullstellen von $f(x)$ eine Nullstelle von $f'(x)$.

Aufgabe 9.4 *Gleichmäßige Stetigkeit* (2+2 Punkte)

1. Zeigen Sie, dass die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ gleichmäßig stetig ist.
   Hinweis: Zeigen Sie erst, dass 2 eine obere Schranke der Menge $\left\{ \frac{|y+x|}{(1+x^2)(1+y^2)} \mid x, y \in \mathbb{R} \right\}$ ist.
2. Zeigen Sie, dass die Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = e^x$ nicht gleichmäßig stetig ist.