technische universität dortmund

Fakultät für Informatik
Lehrstuhl 4

Dipl.-Math. Jens Lechner; Andrej Dudenhefner, M. Sc.; Dr. Igor Vatolkin
Dipl.-Inf. Pascal Libuschewski; Dipl.-Inf. Denis Fisseler; Dipl.-Inf. Lars Walczak

Sommersemester 2015

Mathematik für Informatiker 2
Übungsblatt 10

Abgabefrist: 15.06.2015, 12:00 Uhr, **Block:** 2

Zur Abgabe der Bearbeitungen stehen den Übungsgruppen zu „Mathematik für Informatiker II“ Briefkästen zur Verfügung. Für die Gruppen 1-4, 5-15, 17 und 19-29 befinden sich die Briefkästen im ersten Geschoss der Otto-Hahn-Straße 12. Für die Gruppennummern 5, 16, 18 und 30 befindet sich der Briefkasten im Erdgeschoss der Otto-Hahn-Straße 16. Die den einzelnen Übungsgruppen zugeteilten Briefkästen sind durch den Namen der Veranstaltung, der Gruppennummer sowie Zeit und Ort der Übung gekennzeichnet.

Bitte werfen Sie Ihre Bearbeitungen in den Ihrer Übungsgruppe zugeteilten Briefkasten bis zur aufgeführten Abgabefrist ein.

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren vollständigen Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Gruppennummer auf Ihre Abgaben!

Aufgabe 10.1 *Quiz* (1+1+1+1 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig und welche falsch? Begründen Sie Ihre Antwort.

1. Die Funktion $f : (0, e) \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \ln\left(\sqrt{x}\right)$ ist konkav.
2. Die Funktion $g : (-8, 8) \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = ||x| - 5|$ ist konvex.
3. Seien $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ konvexe Funktionen. Dann ist $(f \cdot g)$ konvex.
4. Mit Hilfe des Satzes von L'Hospital lässt sich der folgende Grenzwert berechnen $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^{-x}}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{(e^{-x})'}{(x)'} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{-e^{-x}}{1} = -e^0 = -1$.

Aufgabe 10.2 *L'Hospital* (1+1+1+1 Punkte)

Entscheiden Sie, ob folgende Grenzwerte existieren und berechnen Sie sie gegebenenfalls. Verwenden Sie dabei, sofern möglich, die Regel von L'Hospital.

1. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{x}{e^{2x^2}}\right)$
2. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{1-\cos(x)}{x^2}\right)$
3. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{\ln(2x^2-1)}{\ln(3x^2+1)}\right)$
4. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{e^{2x+1}+e^{3x+1}}{2e^{3x}+5e^{x}}\right)$

Aufgabe 10.3 *Kurvendiskussion* (4 Punkte)

Führen Sie für $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = x \cdot e^{1-2x^2}$ eine Kurvendiskussion durch. Untersuchen Sie dazu das Symmetrie- und Randverhalten, bestimmen Sie Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte und skizzieren Sie den Funktionsgraphen von f (vgl. Kapitel 5.6 des Skripts).

Aufgabe 10.4 *Tangens* (1+1+1+1 Punkte)

Sei $f : (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ die Tangensfunktion.

1. Zeigen Sie, dass für die Ableitung $f'(x) = \tan'(x) = 1 + (\tan(x))^2$ gilt.
2. Bestimmen Sie $\lim_{x \searrow -\frac{\pi}{2}} \tan(x)$ und $\lim_{x \nearrow \frac{\pi}{2}} \tan(x)$.
3. Zeigen Sie, dass $\tan(x)$ auf dem Intervall $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ streng monton wachsend ist.
4. Sei $\arctan : \mathbb{R} \to (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ die Umkehrfunktion von $\tan(x)$. Bestimmen Sie $\arctan'(x)$ mit Hilfe des Satzes zur Ableitung der Umkehrfunktion.