technische universität
dortmund

Fakultät für Informatik
Lehrstuhl 4

Peter Buchholz, Iryna Felko

Sommersemester 2016

Modellgestützte Analyse und Optimierung
Übungsblatt 10

Ausgabe: 13.06.2016, **Abgabe:** 20.06.2016

Aufgabe 10.1: (4 Punkte)

Ein Unternehmen verfügt über zwei Produktionsfaktoren: Eine Maschine M, die in der Planungsperiode 1200 Stunden eingesetzt werden kann, sowie einen Rohstoff R, von dem in der Planungsperiode 3000 Mengeneinheiten (ME) zur Verfügung stehen. Damit sind die Produkte P_1 und P_2 herstellbar. Um eine Mengeneinheit von P_1 herzustellen, werden 3 Maschinenstunden sowie 5 ME von R benötigt. Für die Herstellung einer ME von P_2 braucht man 10 ME von R und zwei Maschinenstunden.
Die Kosten pro ME sowie die Erlöse pro ME sind mengenunabhängig. Für P_1 erhält das Unternehmen 20 Euro/ME und hat Kosten in Höhe von 17 Euro. Die Kosten für eine ME von P_2 sind 26 Euro; der Erlös beträgt 30 Euro/ME. Das Produkt P_2 kann am Markt nur mit höchstens 250 ME abgesetzt werden.

a) Welche Art von Produktionsprogramm sucht das Unternehmen? Soll die Zielfunktion minimiert oder maximiert werden?

b) Formulieren Sie ein entsprechendes Optimierungsmodell.

c) Lösen Sie dieses Problem bitte graphisch.

d) Überführen Sie das Modell in die Normalform.

Aufgabe 10.2: (4 Punkte)

Seien $n \in \mathbb{N}$ sowie $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und $b \in \mathbb{R}^n$. Zeigen oder wiederlegen Sie, ob die folgenden Mengen konvex sind:

a) $M_1 = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b \wedge x \geq 0\}$

b) $M_2 = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b \wedge x \in \{0,1\}^n\}$

c) $M_3 = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid (x_1 - a)^2 + (x_2 - b)^2 \leq c^2 \wedge a, b, c \in \mathbb{R}\}$

d) Zeigen Sie: Ist eine Menge $K_1 \subset \mathbb{R}^n$ konvex, dann ist $K_2 = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x \in K_1 \wedge \sum_{i=1}^{n} a_i x_i \leq c, c \in \mathbb{R}, a \in \mathbb{R}^n\}$ konvex.

Aufgabe 10.3: Optimierung mit AnyLogic (4 Punkte)

Modellieren Sie mit AnyLogic folgenden Ablauf in einem kleinen Restaurant:

1. Gäste kommen mit exponentialverteilten Zwischenankunftszeiten mit Rate 0.1 pro Minute in dem Restaurant an. Hierbei handelt es sich jeweils um Gruppen zwischen 1 und 4 Personen.
2. Die Gäste werden von einem Kellner zu einem Tisch geführt und erhalten die Speisekarten. Dies dauert im Mittel 1 Minute (exponentialverteilt).
3. Für die Auswahl der Speisen benötigt ein Gast gleichverteilt zwischen 5 und 10 Minuten.
4. Um die Bestellung eines Gastes aufzunehmen benötigt der Kellner exponentialverteilt mit Rate 0.5 Minuten.
5. Anschliessend werden die Speisen von einem Koch zubereitet. Pro Gast dauert dies zwischen 5 und 12 Minuten (gleichverteilt).
6. Die Zeiten für das Servieren durch einen Kellner folgen einer Dreiecksverteilung mit Parametern 0.5, 1 und 2.
7. Für den Verzehr benötigen die Gäste zwischen 20 und 45 Minuten (Nutzen Sie eine Dreiecksverteilung mit den Parametern 20, 30 und 45).
8. Für Zahlen, Abräumen usw. benötigt ein Kellner anschliessend noch einmal gleichverteilt zwischen 3 und 6 Minuten.

Hinweise:

- Nutzen Sie zwei Ressourcen-Pools für die Kellner und Köche.
- Die Anzahl der zur Verfügung stehenden Kellner und Köche soll jeweils über einen *Parameter* festgelegt werden.
- In den oben aufgeführten Schritten 2, 4, 5, 6 und 8 können Wartezeiten entstehen, wenn alle Kellner oder Köche bereits beschäftigt sind. Protokollieren Sie die Gesamtwartezeit pro Gast in einem *Statistics* Objekt.

Der Restaurantbesitzer möchte gerne die Anzahl der Köche und Kellner minimieren. Erstellen Sie dazu ein *Optimization* Experiment. Zu optimierende Parameter sind die Anzahl der Kellner und die Anzahl der Köche. Maximal können in dem Restaurant 14 Personen beschäftigt werden. Zusätzlich möchte der Restaurantbesitzer sicherstellen, dass die oben protokollierten Wartezeiten 20 Minuten nicht überschreiten und die Kellner und Köche jeweils zu mindestens 60% ausgelastet sind.
Formulieren Sie die Zielfunktion und die Nebenbedingungen und ermitteln Sie die optimale Anzahl von Mitarbeitern, die eingestellt werden sollten.