

Modellierung und Analyse eingebetteter und verteilter Systeme

Übungsblatt 4

Ausgabe: 11. November, **Abgabe:** 18. November

Hinweis: Die Besprechung findet am 25.11.2016 statt.

Aufgabe 4.1 (4 Punkte) **Service Level Agreements** Folgendes Szenario ist gegeben: Sie sind verantwortlich für die EDV-Abteilung eines großen Unternehmens. Die Abwicklung des Email-Verkehrs möchten Sie nun an einen externen Dienstleister vergeben. Für die Verhandlungen soll der Umfang der eingekauften Leistung in Form von SLAs für *Aufkommen*, *Verfügbarkeit* und *Spamfilterung* definiert werden. Dazu haben Sie folgende Erwartungswerte:

Ihr Unternehmen hat 700 Angestellte. Diese versenden 30-50 Emails pro Arbeitstag und erhalten in gleicher Größenordnung Antworten. 60% der Empfänger befinden sich innerhalb des gleichen Unternehmens. Die meisten Emails erhalten nur Text (ca. 100KB). Man kann davon ausgehen, dass ein Mitarbeiter auch 5 Emails mit größerem Anhang verschickt, wobei Sie mehr als 20 Megabyte pro Mail als unnötig betrachten und ein Limit setzen.

Kommunikation mit Ihrem hauptsächlich europäischen Kunden ist entscheidend für das Geschäft, deshalb können Sie sich keine Ausfälle in Ihrer Korrespondenz erlauben. Erfolgt während der Bürozeiten von 8-17 Uhr keine sofortige Antwort auf eingehende Emails, melden sich ungeduldige Kunden schon nach einer Stunde. Dies sollte nicht zu oft der Fall sein. Von Wartungsarbeiten am Email-Server wären alle Ihre Mitarbeiter betroffen.

Spam ist natürlich auch ein großes Thema. Neben Ihrem regulären Email-Aufkommen trifft zusätzlich die dreifache Menge als Spam bei Ihnen ein und lenkt die Mitarbeiter ab. Es wäre akzeptabel, wenn höchstens 10% des Spams Ihre Mitarbeiter erreicht. Es wäre jedoch eine Katastrophe, wenn die Anfragen der Kunden vom System als Spam klassifiziert würden.

Hinweis: Seien Sie bei der Lösung der Aufgabe kreativ, es gibt nicht nur eine mögliche Lösung. Halten Sie sich jedoch an die in der Vorlesung angesprochenen Aspekte, die ein SLA mindestens aufweisen sollte. Trennen Sie lastabhängige und lastunabhängige Anforderungen.

Aufgabe 4.2 (4 Punkte) **Markov-Ketten**

Betrachten Sie noch einmal das Wetter-Beispiel aus der Vorlesung. Es gibt die Wassertage *regnerisch*, *bewölkt* und *sonnig*. Sei X_k das Wetter am k -ten Tag (für $k = 1, 2, 3, \dots$). Für die Veränderung des Wetters sind die Wahrscheinlichkeiten in folgender Matrix angegeben:

$$P = \begin{bmatrix} 0,4 & 0,4 & 0,2 \\ 0,5 & 0,3 & 0,2 \\ 0,1 & 0,5 & 0,4 \end{bmatrix}.$$

- a) Zeichnen Sie ein Transitionsdiagramm für diese Kette.
- b) Angenommen, das heutige Wetter ist bewölkt; Wie ist die Wettervorhersage für die nächsten 2 Tage?
- c) Wenn heute ein sonniger Tag ist, wie viele Tage muss man durchschnittlich warten, bis wieder die Sonne scheint?

Aufgabe 4.3 (4 Punkte) Markov-Ketten

Das Brutverhalten der Gemeinen Brüll-Amsel, einer Vogelart, ist wie folgt:

- Ein Paar kann pro Jahr ein Gelege (1 oder 2 Eier) ausbrüten.
- Wenn am Jahresende kein Küken im Nest ist, so brüten die Vögel zu 50% wieder im nächsten Jahr.
- Ist ein Küken im Nest, so verringert sich die Chance auf ein weiteres Ei für das nächste Jahr auf 40%.
- Sitzen schon zwei Küken im Nest, so fällt die Chance auf nur 10% für Nachfahren im nächsten Jahr.
- Besitzt das Paar schon 3 Küken, so stoppt der Brüten-Prozess.
- Die Vögel bebrüten normalerweise nur ein Ei, die Chance auf zwei Eier gleichzeitig (also Zwillinge) liegt bei 2% pro Jahr.

Übrigens: Trotz ihres mehr als auffälligen Verhaltens sind die Brüll-Amseln sehr erfolgreiche Eltern; aus jedem Ei schlüpft auch ein Küken. Die kleinen Vögel sind jedoch ewige Nesthocker, im Beobachtungszeitraum wird keines flügge und verlässt das Nest oder wird von Raubtieren erlegt.

Sei X_k die Anzahl der Nachkommen eines Pärchens im k -ten Jahr. Es gilt zu Anfang $X_k = 0$.

- a) Welchen Zustandsraum hat diese Kette? Zeichnen Sie das Transitionsdiagramm.
- b) Ermitteln Sie die Transitionswahrscheinlichkeit für $P(X_2 = j | X_1 = i)$ für alle möglichen Werte von i und j .
- c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Pärchen ein Küken am Ende des zweiten Jahres hat.

Hinweis: Maximale Anzahl von Küken im Nest ist vier (zwei Küken im Nest, Eltern bekommen Zwillinge).