

Modellierung und Analyse eingebetteter und verteilter Systeme

Übungsblatt 5

Ausgabe: 6. November, **Abgabe:** 13. November

Hinweis: Die Besprechung findet am 17.11 statt.

Aufgabe 5.1 Safety/Liveness (6 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie jede der folgenden Aussagen:

- Die Vereinigung zweier Safety-Eigenschaften ist immer eine Safety-Eigenschaft.
- Die Schnittmenge zweier Safety-Eigenschaften ist immer eine Safety-Eigenschaft.
- Das Komplement einer Safety-Eigenschaft ist immer eine Safety-Eigenschaft.
- Die Schnittmenge zweier Liveness-Eigenschaften ist immer eine Liveness-Eigenschaft.
- Die Vereinigung zweier Liveness-Eigenschaften ist immer eine Liveness-Eigenschaft.
- Das Komplement einer Liveness-Eigenschaft ist immer eine Liveness-Eigenschaft.
- Die Vereinigung einer nichtleeren Eigenschaft und einer Liveness-Eigenschaft ist eine Liveness-Eigenschaft.
- Jede nichttriviale Eigenschaft ist die Schnittmenge aus zwei nichttrivialen Liveness-Eigenschaften.

Hinweis: Sie können Ihre Argumentation an den Beispielen der Vorlesung anlehnen.

Aufgabe 5.2 (4 Punkte) Markov-Ketten

Das Brutverhalten der Gemeinen Brüll-Amsel, einer Vogelart, ist wie folgt:

- Ein Paar kann pro Jahr ein Gelege (1 oder 2 Eier) ausbrüten.
- Wenn am Jahresende kein Küken im Nest ist, so brüten die Vögel zu 50% wieder im nächsten Jahr.
- Ist ein Küken im Nest, so verringert sich die Chance auf ein weiteres Ei für das nächste Jahr auf 40%.
- Sitzen schon zwei Küken im Nest, so fällt die Chance auf nur 10% für Nachfahren im nächsten Jahr.

- Besitzt das Paar schon 3 Küken, so stoppt der Brüten-Prozess.
- Die Vögel bebrüten normalerweise nur ein Ei, die Chance auf zwei Eier gleichzeitig (also Zwillinge) liegt bei 2% pro Jahr.

Übrigens: Trotz ihres mehr als auffälligen Verhaltens sind die Brüll-Amseln sehr erfolgreiche Eltern; aus jedem Ei schlüpft auch ein Küken. Die kleinen Vögel sind jedoch ewige Nesthocker, im Beobachtungszeitraum wird keines flügge und verlässt das Nest oder wird von Raubtieren erlegt.

Sei X_k die Anzahl der Nachkommen eines Pärchens im k -ten Jahr. Es gilt zu Anfang $X_k = 0$.

- Welchen Zustandsraum hat diese Kette? Zeichnen Sie das Transitionsdiagramm.
- Ermitteln Sie die Transitionswahrscheinlichkeit für $P(X_2 = j | X_1 = i)$ für alle möglichen Werte von i und j .
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Pärchen ein Küken am Ende des zweiten Jahres hat.

Hinweis: Maximale Anzahl von Küken im Nest ist vier (zwei Küken im Nest, Eltern bekommen Zwillinge).