Prof. Dr. Peter Buchholz, Prof. Dr. Heiko Krumm

WS 2018/2019

Modellierung und Analyse eingebetteter und verteilter Systeme

Übungsblatt 6

Ausgabe: 12. November, **Abgabe:** 19. November

Hinweis: Die Besprechung findet am 23.11 statt.

Aufgabe 6.1 (6 Punkte) **Kontinuierliche Markov-Prozesse**
Betrachten Sie die Markov-Kette $\{X(t)\}_{t\geq 0}^{\infty}$ mit Zustandsraum $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ und Transitionsratenmatrix Q

$$Q = \begin{bmatrix} -\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(\lambda+\mu_1) & \lambda & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu_1 & 0 & \mu_1 \\ \mu_2 & 0 & 0 & -(\lambda+\mu_2) & \lambda \\ 0 & \mu_2 & 0 & 0 & -\mu_2 \end{bmatrix}.$$

a) Zeichnen Sie das Transitionsratendiagramm.

b) Ermitteln Sie stationären Zustandswahrscheinlichkeiten (wenn sie existieren) für $\lambda = 1$, $\mu_1 = \frac{3}{2}$ und $\mu_2 = \frac{7}{4}$.

Aufgabe 6.2 (3 Punkte) **Markov-Kette für ein Defekt-Intakt-System**
Ein Glühweinautomat und ein Weihnachtspunschautomat sind hin und wieder außer Betrieb. Die Zeit zwischen zwei Ausfällen sei exponentialverteilt mit Erwartungswerten e_G bzw. e_P. Die Instandsetzungszeiten für die beiden Geräte seinen ebenfalls exponentialverteilt mit Erwartungswerten e_{IG} bzw. e_{IP}.

a) Stellen Sie für dieses System den Zustandsübergangsgraphen auf.

b) Ermitteln Sie für die Parameter $e_G = 20$, $e_P = 10$, $e_{IG} = 5$, $e_{IP} = 4$ die stationären Zustandswahrscheinlichkeiten.

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist mindestens ein Gerät defekt?

Aufgabe 6.3 (3 Punkte) **Markov-Ketten**
Benutzen Sie die Methode der Uniformisierung, um eine zeitdiskrete Markov-Kette für $\{X(t)\}_{t\in\mathbb{N}_0}$ aus der Aufgabe *6.1* abzuleiten. Ermitteln Sie die stationären Zustandswahrscheinlichkeiten (falls sie existieren). Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit dem Teil b) der Aufgabe *6.1*.