

Modellgestützte Analyse und Optimierung Übungsblatt 6

Ausgabe: 25.05.2020, Abgabe: 01.06.2020

Aufgabe 6.1: Modellierung von Eingabedaten

(6 Punkte)

Folgende Zwischenankunftszeiten von Bauteilen an einer Maschine wurden gemessen:

10.478	7.268	2.775	0.381	0.979	1.226	1.392	4.706
0.003	5.004	2.835	2.441	1.838	10.780	0.010	4.732
3.042	8.817	0.670	1.693	11.576	2.469	9.905	2.265
1.184	0.093	5.187	1.828	7.140	0.136	1.408	6.349
3.717	7.170	0.609	3.084	0.122	3.154	3.574	0.420

Sie finden diese Daten zusätzlich in einer CSV-Datei auf der Übungs-Webseite. In Übung 5 wurde bereits als theoretische Verteilung eine Exponentialverteilung mit Parameter $\lambda = 0,2808$ angenommen.

- Bestimmen Sie zum Test der Anpassungsgüte die beiden Abstandsmaße D und D' .
- Zeichnen Sie den Q-Q-Plot und den P-P-Plot.
- Führen Sie den Chi-Quadrat Test wie im Skript beschrieben durch. Unterteilen Sie dazu die angepasste theoretische Verteilungsfunktion in $k = 4$ Intervalle, so dass Werte aus den Intervallen mit gleicher Wahrscheinlichkeit $p_i = 1/k = 0,25$, $i = 1, \dots, k$, angenommen werden. Berechnen Sie die Teststatistik und vergleichen Sie das Ergebnis mit den kritischen Werten der χ^2 -Verteilung (siehe Tabelle 1). Wie müssen die Freiheitsgrade gewählt werden? Akzeptieren Sie die Exponentialverteilung als gute Approximation der Stichprobe oder lehnen Sie sie ab?
- Führen Sie den Kolmogorov-Smirnov-Test wie in der Vorlesung beschrieben durch. Berechnen Sie zuerst die Teststatistik D_n . Vergleichen Sie dann die angepasste Teststatistik (siehe Tabelle 2) mit den kritischen Werten aus Tabelle 2. Akzeptieren Sie die Exponentialverteilung als gute Approximation der Stichprobe oder lehnen Sie sie ab?

ν	$\chi_{0.005}^2$	$\chi_{0.01}^2$	$\chi_{0.025}^2$	$\chi_{0.05}^2$	$\chi_{0.1}^2$
1	7.88	6.63	5.02	3.84	2.71
2	10.60	9.21	7.38	5.99	4.61
3	12.84	11.34	9.35	7.81	6.25
4	14.96	13.28	11.14	9.49	7.78

Tabelle 1: Tabelle 1: Kritische Werte χ_{α}^2 der χ^2 -Verteilung mit ν Freiheitsgraden

Fall	Angepasste Teststatistik	$1 - \alpha$				
		0.850	0.900	0.950	0.975	0.990
Alle Verteilungsparameter bekannt	$\left(\sqrt{n} + 0.12 + \frac{0.11}{\sqrt{n}}\right) \cdot D_n$	1.138	1.224	1.358	1.480	1.628
Exponentialverteilung (λ aus Stichprobe geschätzt)	$\left(D_n - \frac{0.2}{n}\right) \cdot \left(\sqrt{n} + 0.26 + \frac{0.5}{\sqrt{n}}\right)$	0.926	0.990	1.094	1.190	1.308

Tabelle 2: Tabelle 2: Kritische Werte für angepasste Kolmogorov-Smirnov Teststatistiken

Aufgabe 6.2: Batch Means Verfahren zur Bestimmung von Konfidenzintervallen (4 Punkte)

Eine Simulation liefere für den zu messenden Wert die folgenden 32 Werte:

15.9 15.1 5.3 4.4 1.7 22.1
 2.0 8.2 0.1 1.5 23.9 10.8
 21.3 21.7 14.2 5.4 4.4 18.6
 5.0 1.8 8.8 1.0 11.3 4.7
 15.3 23.7 12.9 14.5 40.3 4.8
 5.6 9.4

Es sei angenommen, dass die Werte identisch verteilt, aber nicht unabhängig voneinander sind. Wenden Sie das Batch Means Verfahren an. Verwenden Sie die Batchgröße 4 und verwenden Sie als Schätzwert für die Varianz die Varianz der Gruppenmittelwerte. Bei der Aufgabe wird davon ausgegangen, dass kein Batch verworfen wird. Berechnen Sie das 98% Konfidenzintervall für den Erwartungswert mittels

- Approximation über die Normalverteilung
- der t-Verteilung (siehe hierzu auch die Tabelle mit kritischen Werten der t-Verteilung)

ν	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
28	0.855	1.313	1.701	2.048	2.467
29	0.854	1.311	1.699	2.045	2.462
30	0.854	1.310	1.697	2.042	2.457
∞	0.842	1.282	1.645	1.960	2.326

Tabelle 3: Kritische Werte der t-Verteilung mit ν Freiheitsgraden