Prof. Dr. Peter Buchholz, Clara Scherbaum M.Sc. Sommersemester 2020

Modellgestützte Analyse und Optimierung
Übungsblatt 7

Ausgabe: 01.06.2020, **A**bgabe: 08.06.2020

Aufgabe 7.1: Berechnung von Konfidenzintervallen (4 Punkte)

Nachfolgend finden Sie die Beobachtungen einer Leistungsgröße Y (zu einem festen Zeitpunkt), die aus 30 replizierten Simulationsläufen mit unterschiedlichen Zufallszahlen stammen.

4.35	5.29	4.43	5.54	6.08	5.34
6.84	4.87	5.63	4.80	5.00	6.40
1.95	3.40	4.77	4.79	4.29	5.85
5.13	4.21	3.55	6.56	5.60	3.61
6.64	3.95	4.57	6.02	2.98	3.62

Der Stichprobenmittelwert beträgt

$$\bar{y_{30}} = 1/n \sum_{i=1}^{n} y_i = 1/30 \sum_{i=1}^{30} y_i = 1/30 \cdot 146.06 = 4.868667.$$

und die Stichprobenvarianz

$$s_{30}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y_n})^2 = \frac{1}{30-1} \sum_{i=1}^{30} (y_i - \bar{y_{30}})^2 = \frac{1}{29} \sum_{i=1}^{30} (y_i - 4.868667)^2 = 1.356709.$$

a) Argumentieren Sie umgangssprachlich warum die 30 Beobachtungen von Y als Realisierungen *unabhängiger* Zufallsvariablen angesehen werden können.

Bestimmen sie ein 90% sowie ein 95% Konfidenzintervall für den Erwartungswert $E[Y]$ mittels

b) der Tschebyscheff'schen Ungleichung

c) der Approximation über die Normalverteilung (siehe Tabelle mit $\nu = \infty$)

d) der t-Verteilung (siehe Tabelle).

ν	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99
28	0.855	1.313	1.701	2.048	2.467
29	0.854	1.311	1.699	2.045	2.462
30	0.854	1.310	1.697	2.042	2.457
∞	0.842	1.282	1.645	1.960	2.326

Kritische Werte der t-Verteilung mit ν Freiheitsgraden

Aufgabe 7.2: Terminierende und nicht-terminierende Simulation (2 Punkte)

überlegen Sie, ob für die folgenden Systeme eine terminierende oder nicht-terminierende Simulation das geeignete Analyseinstrument ist. Nennen Sie das terminierende Ereignis im Fall einer terminierenden Simulation. Bestimmen Sie im Falle einer nicht-terminierenden Simulation, ob die gesuchte Leistungsgröße ein stationärer Parameter oder ein zyklisch stationärer Parameter ist.

a) Betrachten Sie einen Call-Center, in dem eingehende Anrufe in einer Warteschleife gehalten werden bis sie dann durchgestellt werden. Sei D_i die Wartezeit des i-ten Anrufs. Nehmen Sie an, dass die mittlere Wartezeit des hundertsten Anrufs ermittelt werden soll, $E[D_{100}]$.

b) Betrachten Sie ein Materiallager, an welches über einen langen Zeitraum hinweg Anfragen nach dem selben Muster gestellt werden. Von Interesse sei der Ausgabeprozess $C_1, C_2, \cdots$, wobei C_i die Lagerhaltungskosten des i-ten Monats beschreibt. Nehmen Sie an, dass die durchschnittlichen Lagerhaltungskosten ermittelt werden sollen.

c) Betrachten Sie eine Fabrik, in der Bauteile produziert werden. Die Produktion läuft für 13 Tage, dann werden die Maschinen für einen Tag gestoppt, um sie zu reinigen. Am 15. Tag beginnt ein neuer Produktionszyklus nach selbigem Muster. Nehmen Sie an, dass der mittlere Durchsatz in einem Zyklus ermittelt werden soll.

d) Betrachten Sie eine Luftfrachtfirma, welche Pakete über Nacht ausliefert. Die Arbeitsschicht beginnt um 11 Uhr abends. Nachdem ein Flugzeug beladen wurde, verlässt es die Ladestation wieder. Das letzte Flugzeug verlässt die Ladestation ungefähr um 5 Uhr morgens. Nehmen Sie an, dass die mittlere (unter abfliegenden Flugzeugen) Zeit, die ein Flugzeug zu spät die Ladestation verlässt, bestimmt werden soll.

e) Betrachten Sie eine Fabrik, in der Bauteile 24 Stunden am Tag, 7 Tage in der Woche bearbeitet werden. Nehmen Sie an, dass in den ersten zwei Arbeitsschichten eines Tages die ankommenden Bauteile von 6 Maschinen bearbeiten werden. In der dritten Schicht stehen nur 4 Maschinen zur Verfügung. Von Interesse sei der Ausgabeprozess $N_1, N_2, \cdots$, wobei N_i die Anzahl der Bauteile, die in der i-ten Schicht produziert wurden, beschreibt. Nehmen Sie an, dass der mittlere Durchsatz bestimmt werden soll.