

Modellgestützte Analyse und Optimierung Übungsblatt 8

Ausgabe: 08.06.2020, Abgabe: 15.06.2020

Aufgabe 8.1: Zufallsvariablen

(4 Punkte)

Nehmen Sie an, dass X und Y diskrete Zufallsvariablen sind, mit:

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y}{30} & : (x, y) \in \{0, 1, 2\} \times \{0, 1, 2, 3\} \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases}$$

- Berechnen Sie $p_X(x)$ und $p_Y(y)$.
- Sind X und Y unabhängig?
- Berechnen Sie $F_X(x)$ und $F_Y(y)$.
- Berechnen Sie $E(X)$, $Var(X)$, $E(Y)$, $Var(Y)$, Kovarianz $Cov(X, Y)$ und Korrelation $Cor(X, Y)$.

$$Cov(X, Y) = E[XY] - E[X]E[Y]$$

$$Cor(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}}$$

Aufgabe 8.2: Zufallsvariablen

(4 Punkte)

Nehmen Sie an, dass X und Y kontinuierliche Zufallsvariablen sind, mit:

$$f(x, y) = \begin{cases} y - x & : 0 < x < 1 < y < 2 \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases}$$

- Berechnen Sie $f_X(x)$ und $f_Y(y)$.
- Sind X und Y unabhängig?
- Berechnen Sie $F_X(x)$ und $F_Y(y)$.
- Berechnen Sie $E(X)$, $Var(X)$, $E(Y)$, $Var(Y)$, $Cov(X, Y)$ und $Cor(X, Y)$.

Aufgabe 8.3: Konfidenzintervalle

(3 Punkte)

Verwenden Sie das aus der Vorlesung bekannte Welch-Verfahren mit $m = 5$ und $n = 10$, um die Konfidenzintervalle für die folgenden Stichproben zu vergleichen:

$$X_j : \quad 0.92 \quad 0.91 \quad 0.57 \quad 0.86 \quad 0.90$$

$$Y_j : \quad 0.28 \quad 0.32 \quad 0.48 \quad 0.49 \quad 0.70 \quad 0.51 \quad 0.39 \quad 0.28 \quad 0.45 \quad 0.57$$

Nutzen Sie ein 90% Konfidenzintervall.

Aufgabe 8.4: Konfidenzintervalle**(3 Punkte)**

Verwenden Sie das aus der Vorlesung bekannte Verfahren der Paired t-Konfidenzintervalle mit $m = n = 6$, um die Konfidenzintervalle für die Stichproben zu vergleichen.

$$\begin{array}{rcccccc} X_j : & 17 & 19 & 11 & 14 & 20 & 23 \\ Y_j : & 7 & 11 & 18 & 8 & 16 & 14 \end{array}$$

Führen Sie Ihre Berechnungen für die Signifikanzniveaus 0.1 und 0.01 durch.