technische universität
dortmund

Fakultät für Informatik
Lehrstuhl 4

Prof. Dr. Peter Buchholz, Clara Scherbaum M.Sc.

Sommersemester 2020

Modellgestützte Analyse und Optimierung
Übungsblatt 12

Ausgabe: 06.07.2020, **A**bgabe: 13.07.2020

Aufgabe 12.1: (5 Punkte)

Sei folgende Instanz des Rucksackproblems gegeben:

Gegenstand j	1	2	3	4	5	6
Wert c_j	8	8	6	10	12	12
Gewicht a_j	1	2	2	4	6	10
Relativer Wert $\frac{c_j}{a_j}$	8	4	3	2.5	2	1.2

Für das nicht überschreitbare Gesamtgewicht gilt $A = 12$.

a) Berechnen Sie eine zulässige Lösung $\boldsymbol{x}_H$ sowie deren Zielfunktionswert F_H mittels Greedy-Heuristik.

b) Nehmen Sie an, dass es eine optimale Lösung $\boldsymbol{x}^*$ mit $x_1^* = 1$ und $x_6^* = 0$ gibt. Wir nummerieren die verbliebenen Gegenstände um, so dass x_j, c_j und a_j für $j = 2, \ldots, 5$ zu x_{j-1}, c_{j-1} und a_{j-1} werden. Dies ergibt die Daten in der unten angegebenen Tabelle mit dem maximalen Gesamtgewicht $A = 11$. Den Vektor mit den „neuen Komponenten" $x_1, \ldots, x_4$ bezeichnen wir mit $\hat{\boldsymbol{x}}$ im Unterschied zum Vektor $\boldsymbol{x}$ mit den „alten Komponenten" $x_1, \ldots, x_6$.

Gegenstand j	1	2	3	4
Wert c_j	8	6	10	12
Gewicht a_j	2	2	4	6
Relativer Wert $\frac{c_j}{a_j}$	4	3	2.5	2

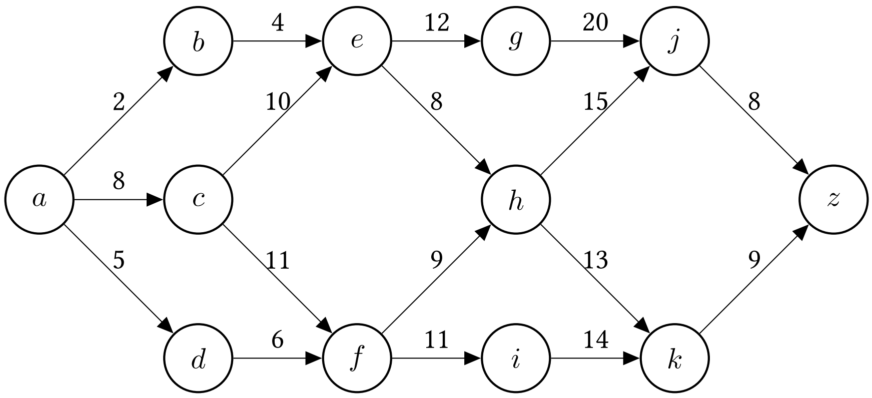
Listen Sie die einzelnen Iterationsschritte des Branch-and-Bound-Verfahrens auf und zeigen Sie den im Laufe des Verfahrens abgearbeiteten Suchbaum. Starten Sie dabei mit der zulssigen Anfangslösung $\hat{\boldsymbol{x}}_H = (1, 1, 1, 0)^T$, die sich mit der Greedy-Heuristik ergibt. Nehmen Sie das Gewicht dieser Lösung als initiale untere Schranke.

Jeder Knoten s, den Sie betrachten, hat die folgenden Eigenschaften:

- $h(s)$: Die Tiefe des Knotens im Suchbaum
- $J(s) \subset \{1, \ldots, h(s)\}$ die Menge der Gegenstände, die in enthalten sind
- $\hat{\boldsymbol{x}}(s) = (x_1, \ldots, x_{h(s)})$, wobei $x_i \in \{0, 1\}$ und $x_i = 1$ genau dann, wenn $i \in J(s)$
- Die Schrankenfunktion ist gegeben durch: $b(s) = \sum\limits_{i \in J(s)} c_i + (A - \sum\limits_{i \in J(s)} a_i) \cdot \frac{c_{h(s)+1}}{a_{h(s)+1}}$.

Aufgabe 12.2: **(12 Punkte)**

Gegeben sei der folgende gerichtete Graph $G = (V, E)$ mit Kantengewichten $g : E \to \mathbb{N}$:



Ermitteln Sie mit Hilfe der Bellmanschen Funktionalgleichungsmethode einen kostengünstigsten Weg bzgl. g vom Knoten a zum Knoten z.

Aufgabe 12.3: **(6 Punkte)**

Für eine Maschine sind folgende Ankunftszeiten, Bearbeitungsdauern sowie Deadlines gegeben. Optimieren Sie die Reihenfolge der Auftragsbearbeitung jeweils mit denen bei a) und b) angegebenen folgenden Zielfunktionen. Sie müssen die Optimalität Ihrer Schedules nicht beweisen.

a) Möglichst wenig Bearbeitungszeit nach der Deadline (1 Zeitslot nach der Deadline hat Kosten von 1)

b) Möglichst wenig Bearbeitungszeit nach der Deadline und möglichst geringe Lagerkosten (1 Zeitslot nach der Deadline hat Kosten von 2 und ein Zeitslot Lager hat Kosten von 1)

Ankunft	Dauer	Deadline
0	3	5
2	5	8
3	1	20
4	5	13
10	6	18

Tabelle 1: Zeiten für Scheduling