Prof. Dr. Peter Buchholz, Clara Scherbaum M.Sc.

Sommersemester 2020

Modellgestützte Analyse und Optimierung
Übungsblatt 9

Ausgabe: 15.06.2020, **Abgabe:** 22.06.2020

Aufgabe 9.1: **(4 Punkte)**

Ein Unternehmen verfügt über zwei Produktionsfaktoren: Eine Maschine M, die in der Planungsperiode 1200 Stunden eingesetzt werden kann, sowie einen Rohstoff R, von dem in der Planungsperiode 3000 Mengeneinheiten (ME) zur Verfügung stehen. Damit sind die Produkte P_1 und P_2 herstellbar. Um eine Mengeneinheit von P_1 herzustellen, werden 3 Maschinenstunden sowie 5 ME von R benötigt. Für die Herstellung einer ME von P_2 braucht man 10 ME von R und zwei Maschinenstunden.

Die Kosten pro ME sowie die Erlöse pro ME sind mengenunabhängig. Für P_1 erhält das Unternehmen 20 Euro/ME und hat Kosten in Höhe von 17 Euro. Die Kosten für eine ME von P_2 sind 26 Euro; der Erlös beträgt 30 Euro/ME. Das Produkt P_2 kann am Markt nur mit höchstens 250 ME abgesetzt werden.

a) Welche Art von Produktionsprogramm sucht das Unternehmen? Soll die Zielfunktion minimiert oder maximiert werden?

b) Formulieren Sie ein entsprechendes Optimierungsmodell.

c) Lösen Sie dieses Problem bitte graphisch.

d) Überführen Sie das Modell in die Normalform.

Aufgabe 9.2: **(4 Punkte)**

Seien $n \in \mathbb{N}$ sowie $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und $b \in \mathbb{R}^n$. Zeigen oder wiederlegen Sie, ob die folgenden Mengen konvex sind:

a) $M_1 = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b \wedge x \geq 0\}$

b) $M_2 = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b \wedge x \in \{0,1\}^n\}$

c) $M_3 = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid \sqrt{(x_1 - a)^2 + (x_2 - b)^2} \leq c \wedge a, b, c \in \mathbb{R}\}$

d) Zeigen Sie: Ist eine Menge $K_1 \subset \mathbb{R}^n$ konvex, dann ist $K_2 = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x \in K_1 \wedge \sum\limits_{i=1}^{n} a_i x_i \leq c, c \in \mathbb{R}, a \in \mathbb{R}^n\}$ konvex.