

Modellgestützte Analyse und Optimierung Übungsblatt 5

Ausgabe: 17.05.2021, Abgabe: 24.05.2021

Aufgabe 5.1: Modellierung von Eingabedaten

Folgende Zwischenankunftszeiten von Bauteilen an einer Maschine wurden gemessen:

10.478	7.268	2.775	0.381	0.979	1.226	1.392	4.706
0.003	5.004	2.835	2.441	1.838	10.780	0.010	4.732
3.042	8.817	0.670	1.693	11.576	2.469	9.905	2.265
1.184	0.093	5.187	1.828	7.140	0.136	1.408	6.349
3.717	7.170	0.609	3.084	0.122	3.154	3.574	0.420

Sie finden diese Daten zusätzlich in einer CSV-Datei auf der Übungs-Webseite. In Übung 4 wurde bereits als theoretische Verteilung eine Exponentialverteilung mit Parameter $\lambda = 0,2808$ angenommen. Es wird empfohlen R für diese Aufgabe zu benutzen.

1. Bestimmen Sie zum Test der Anpassungsgüte die beiden Abstandsmaße D und D' . Es wird empfohlen R für diese Aufgabe zu benutzen.
2. Zeichnen Sie den Q-Q-Plot und den P-P-Plot. Auch für diese Teilaufgabe wird es empfohlen R zu nutzen.
3. Führen Sie den Chi-Quadrat Test wie im Skript beschrieben durch. Unterteilen Sie dazu die angepasste theoretische Verteilungsfunktion in $k = 4$ Intervalle, so dass Werte aus den Intervallen mit gleicher Wahrscheinlichkeit $p_i = 1/k = 0,25, i = 1, \dots, k$, angenommen werden. Berechnen Sie die Teststatistik und vergleichen Sie das Ergebnis mit den kritischen Werten der χ^2 -Verteilung (siehe Tabelle 1). Wie müssen die Freiheitsgrade gewählt werden? Akzeptieren Sie die Exponentialverteilung als gute Approximation der Stichprobe oder lehnen Sie sie ab?
4. Führen Sie den Kolmogorov-Smirnov-Test wie in der Vorlesung beschrieben durch. Berechnen Sie zuerst die Teststatistik D_n . Vergleichen Sie dann die angepasste Teststatistik (siehe Tabelle 2) mit den kritischen Werten aus Tabelle 2. Akzeptieren Sie die Exponentialverteilung als gute Approximation der Stichprobe oder lehnen Sie sie ab?

ν	$\chi_{0.005}^2$	$\chi_{0.01}^2$	$\chi_{0.025}^2$	$\chi_{0.05}^2$	$\chi_{0.1}^2$
1	7.88	6.63	5.02	3.84	2.71
2	10.60	9.21	7.38	5.99	4.61
3	12.84	11.34	9.35	7.81	6.25
4	14.96	13.28	11.14	9.49	7.78

Tabelle 1: Tabelle 1: Kritische Werte χ_{α}^2 der χ^2 -Verteilung mit ν Freiheitsgraden

Fall	Angepasste Teststatistik	$1 - \alpha$				
		0.850	0.900	0.950	0.975	0.990
Alle Verteilungsparameter bekannt	$\left(\sqrt{n} + 0.12 + \frac{0.11}{\sqrt{n}}\right) \cdot D_n$	1.138	1.224	1.358	1.480	1.628
Exponentialverteilung (λ aus Stichprobe geschätzt)	$\left(D_n - \frac{0.2}{n}\right) \cdot \left(\sqrt{n} + 0.26 + \frac{0.5}{\sqrt{n}}\right)$	0.926	0.990	1.094	1.190	1.308

Tabelle 2: Tabelle 2: Kritische Werte für angepasste Kolmogorov-Smirnov Teststatistiken