

Modellgestützte Analyse und Optimierung Übungsblatt 10

Ausgabe: 21.06.2021, Abgabe: 28.06.2021

Aufgabe 10.1: Einführung in die ganzzahlige Optimierung

- Geben Sie ein umgangssprachlich ein Beispiel für ein ganzzahliges Optimierungsproblem.
- Die folgende Grafik zeigt den zulässigen Bereich eines Optimierungsproblems. Der Simplex-Algorithmus gibt als Optimum den in rot eingezeichneten Punkt aus. Zeichnen Sie eine Schnittebene ein, um diese nicht ganzzahlige Lösung abzuschneiden.

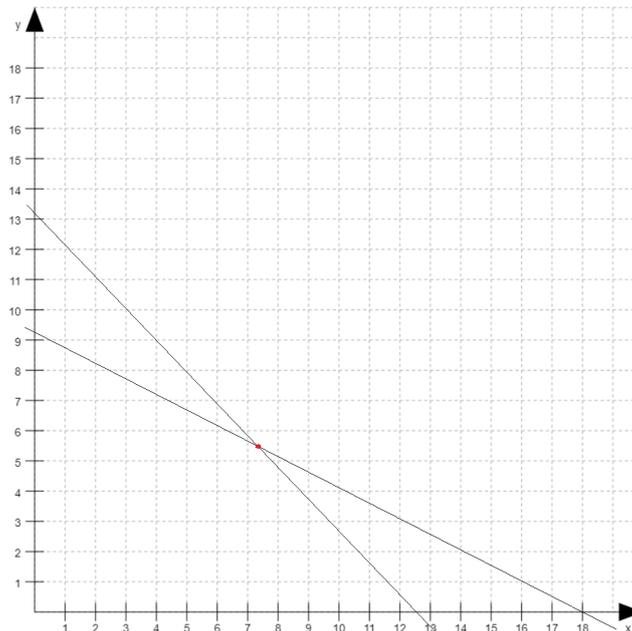


Abbildung 1: Zulässiger Bereich eines Optimierungsproblems

Aufgabe 10.2: Das Rucksackproblem

Sei folgende Instanz des Rucksackproblems gegeben:

Gegenstand j	1	2	3
Wert c_j	2	5	3
Gewicht a_j	1	3	2
Relativer Wert $\frac{c_j}{a_j}$	2	$\frac{5}{3}$	1.5

Für das nicht überschreitbare Gesamtgewicht gilt $A = 5$.

- Berechnen Sie eine zulässige Lösung x_H sowie deren Zielfunktionswert F_H mittels Greedy-Heuristik.
- Listen Sie die einzelnen Iterationsschritte des Branch-and-Bound-Verfahrens auf und zeigen Sie den im Laufe des Verfahrens abgearbeiteten Suchbaum. Starten Sie dabei mit der zulässigen Anfangslösung $\hat{x}_H = (1, 1, 0)^T$, die sich mit der Greedy-Heuristik ergibt. Nehmen Sie das Gewicht dieser Lösung als initiale untere Schranke.

Die Schrankenfunktion ist für einen Knoten s gegeben durch

$$b(s) = \sum_{i \in J(s)} c_i + (A - \sum_{i \in J(s)} a_i) \cdot \frac{c_{h(s)+1}}{a_{h(s)+1}}$$

wobei

- $h(s)$: Die Tiefe des Knotens im Suchbaum
- $J(s) \subset \{1, \dots, h(s)\}$ die Menge der Gegenstände, die in enthalten sind

Notieren Sie für jeden Knoten die betrachtete Lösung $\hat{x}(s) = (x_1, \dots, x_{h(s)})$, wobei $x_i \in \{0, 1\}$ und $x_i = 1$ genau dann, wenn $i \in J(s)$.